



HOKKAIDO
UNIVERSITY

マルチフェーズフィールド法と NGnetを用いたトポロジー最適化法の比較



システム複合情報学研究室
LABORATORY of HYBRID SYSTEMS

北海道大学: ○佐藤 孝洋, 五十嵐 一
室蘭工業大学: 渡辺 浩太

1. 背景

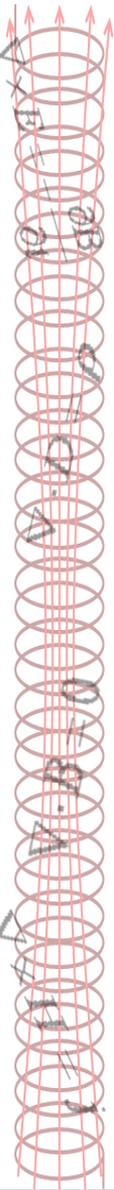
2. NGnetを用いたトポロジー最適化法

3. マルチフェーズフィールド法

4. 最適化の問題設定

5. 最適化結果

6. 結論



電磁機器のトポロジー最適化

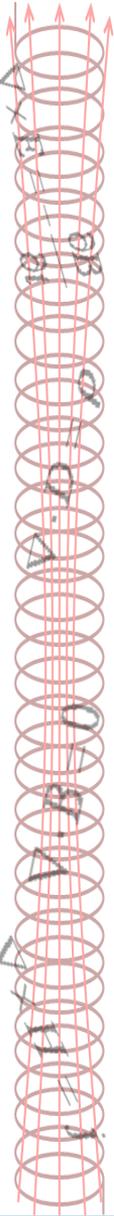
- 設計変数を用いず、動的に形状を変化させて最適化を行う。
- 設計者の先入観に頼らず設計が可能で、概念設計に有効である。

on/off法

- 設計領域を細かなセルに分割し、各セルに与えるon/offの状態を変化させて形状を最適化する。
- 遺伝的アルゴリズムにより、大域的に形状を探索できる。

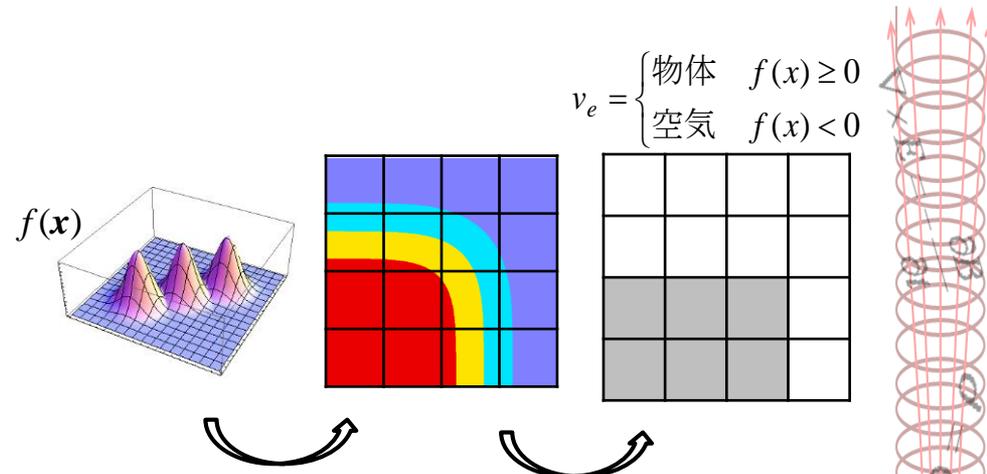
レベルセット法・密度法

- レベルセット関数等で形状を表現し、その値を勾配法により変化させて形状を最適化する。
- 勾配法の利用により、解の極小性が保障される。



on/off法

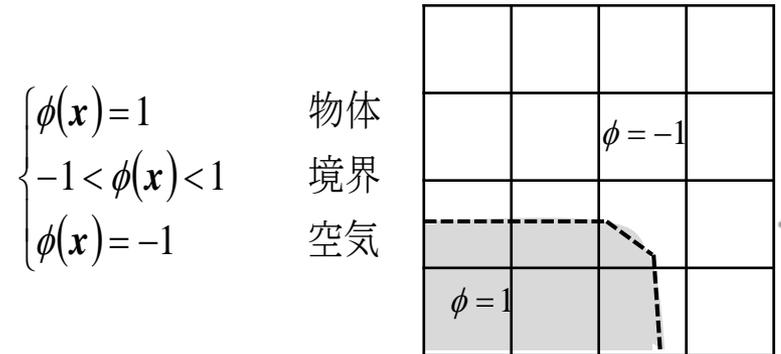
- 感度解析が不要で適用できる問題が広い。
- 進化計算により、大域的に解を探索できる。
- 設計領域が広い問題では計算負荷が重い。
- 解の最適性は保障されない。



[1] 佐藤孝洋, 他, “トポロジー最適化による埋込磁石同期モータの回転子形状最適化,” 電気学会論文誌, Vol. 135, No. 4, (2015). to be published

レベルセット法・密度法

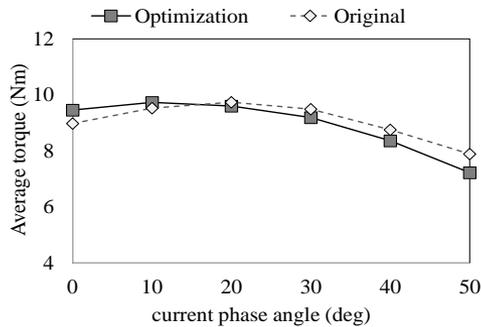
- 勾配法により、解の極小性が保障される。
- 一般には計算負荷が軽い。
- 感度解析が必要である。
- “グレー透磁率”が発生することがある。
- 局所解に陥ることがある。



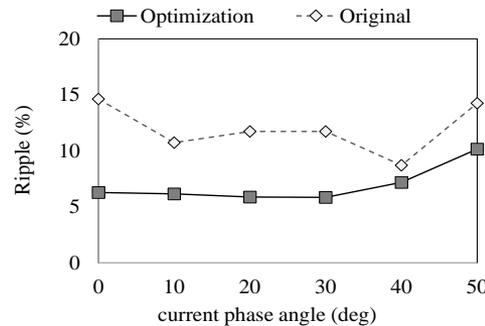
[2] 山田崇恭, 西脇真二, 泉井一浩, 吉村允孝, 竹澤晃弘, “レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化,” 日本機械学会論文賞(A編), vol. 75, no. 753, pp. 550-558, 2009.

- 我々のグループでは「**進化型 on/off 法**」を用いたトポロジー最適化の研究に取り組んでいる。
- 特にNGnetを利用した方法を提案し、IPMモータの設計に応用した*。

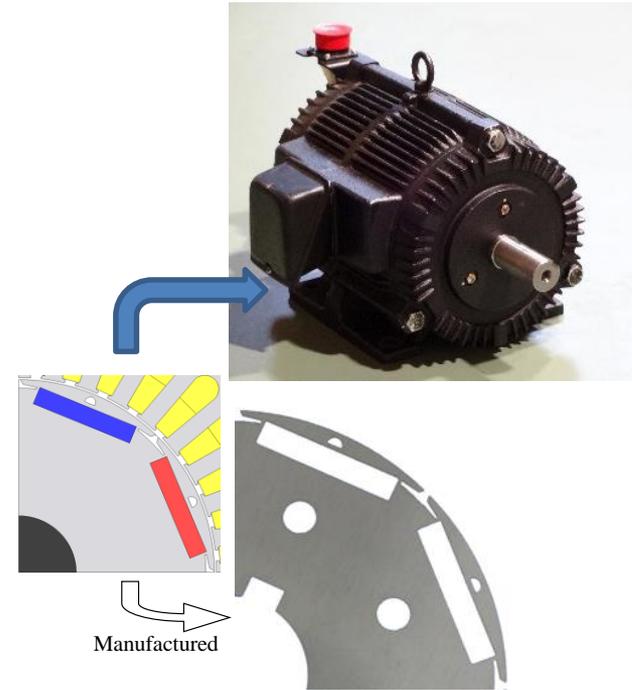
- IPMモータのロータコアを最適化。
- 最適化した形状を試作して、性能の改善を確認。



平均トルク

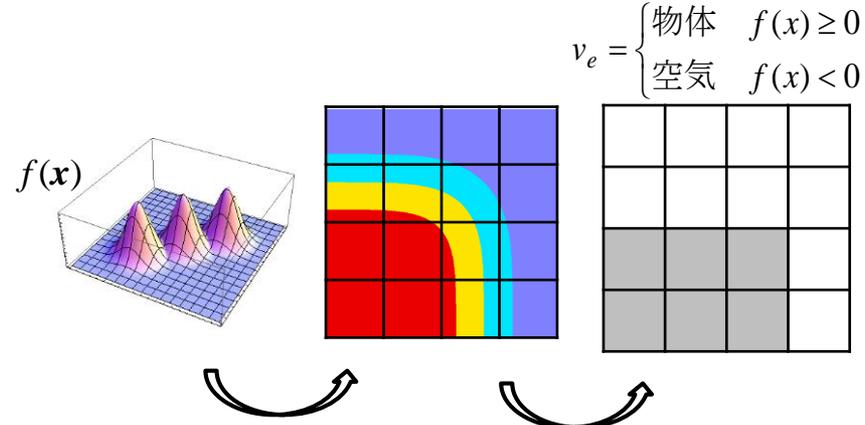
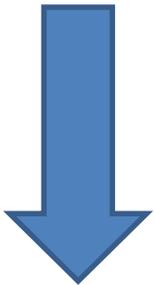


トルクリプル



* 佐藤孝洋, 他, “トポロジー最適化による埋込磁石同期モータの回転子形状最適化,” 電気学会論文誌D, Vol. 135, No. 4, 2015. (to be published).

- 大別して2通りのトポロジー最適化法があるが、両者を同じ問題に適用し、比較・考察を行った報告は少ない。



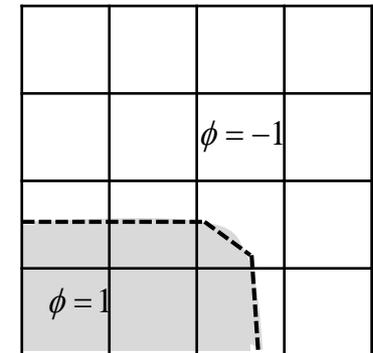
[1] 佐藤孝洋, 他, “トポロジー最適化による埋込磁石同期モータの回転子形状最適化,” 電気学会論文誌, Vol. 135, No. 4, (2015). to be published

そこで本報告では、

- 「IPMモータの回転子形状最適化」を対象として、
 - **NGnet法**^[1]
 - **マルチフェーズフィールド法**^[2,3]

を適用し、得られた結果の比較考察を行う。

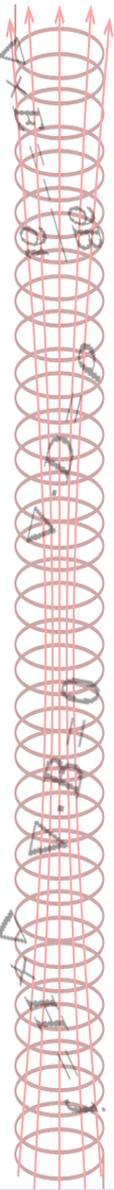
$$\begin{cases} \phi(x) = 1 & \text{物体} \\ -1 < \phi(x) < 1 & \text{境界} \\ \phi(x) = -1 & \text{空気} \end{cases}$$



[2] 山田崇恭, 西脇真二, 泉井一浩, 吉村允孝, 竹澤晃弘, “レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化,” 日本機械学会論文賞(A編), vol. 75, no. 753, pp. 550-558, 2009.

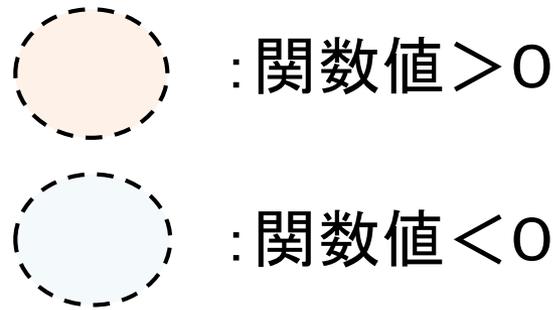
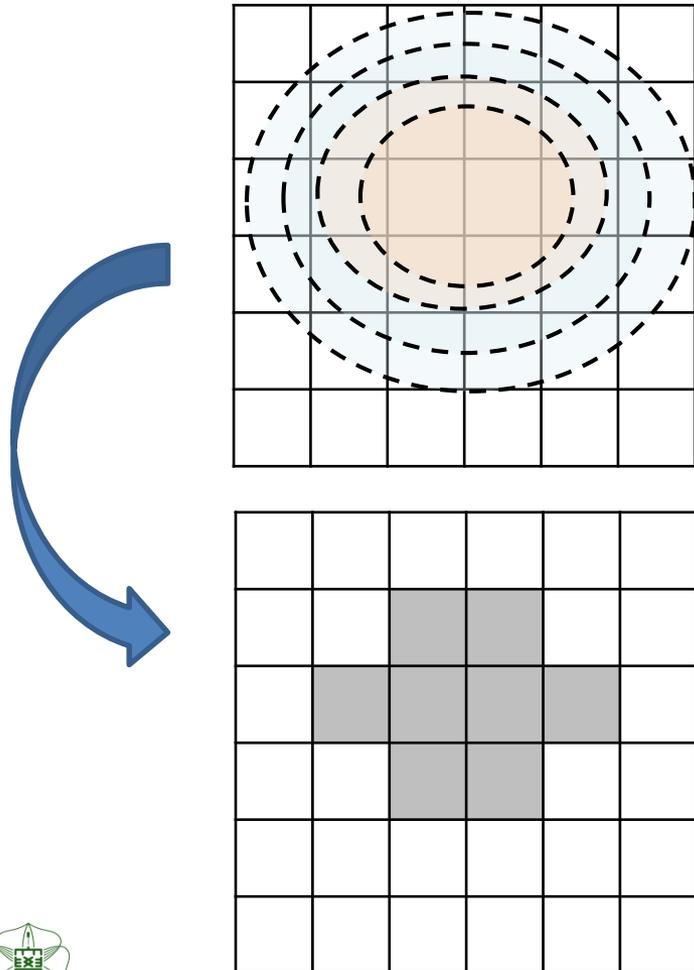
[3] 高木 知弘, “Phase-field トポロジー最適設計モデルの構築と基本特性評価,” 日本機械学会論文集(A編), vol. 77, no. 783, pp. 1840-1850, (2011)

1. 背景
2. **NGnetを用いたトポロジー最適化法**
3. マルチフェーズフィールド法
4. 最適化の問題設定
5. 最適化結果
6. 結論



NGnet法～形状表現法

- 要素のon/off状態を、設計領域内で滑らかに値が変化する関数の値に応じてon/off状態を与える。



- 滑らかな関数値により定まる形状も、同様に滑らかな形状になると期待できる。
- 関数値を変化させることにより、滑らかな形状を大域的に探索できる。



NGnet法～形状表現法

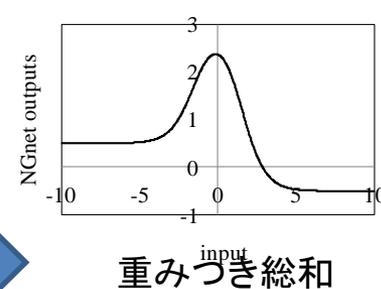
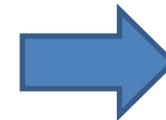
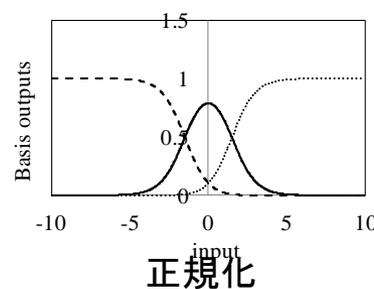
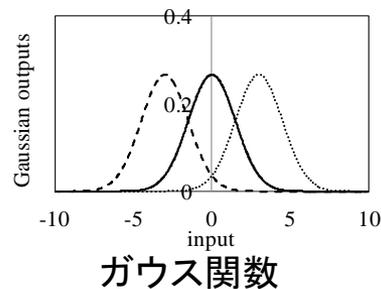
- 空間的に滑らかに値が変化する関数として、
正規化ガウス関数ネットワーク(Normalized Gaussian Networks: NGnet)を用いる。
- NGnetの出力定義

$$y(x) = \sum_{i=1}^N w_i b_i(x) \quad \dots (1)$$

$$b_i(x) = \frac{G_i(x)}{\sum_{k=1}^N G_k(x)} \quad \dots (2)$$

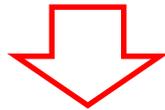
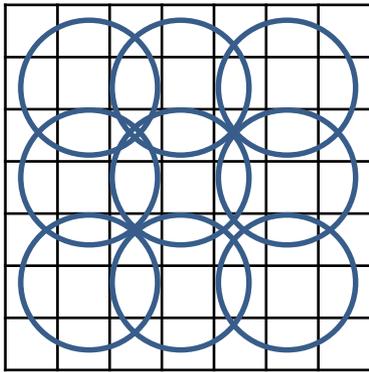
$$G_k(x) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2} |\Sigma_k|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x - \mu_k)^T \Sigma_k^{-1} (x - \mu_k)\right] \quad \dots (3)$$

x : 入力ベクトル、 y : 出力、 N : ガウス関数の数、 D : 入力ベクトル次元、
 w_i : 結合重み、 μ_k : ガウス k の中心ベクトル、 Σ_k : ガウス k の共分散行列、



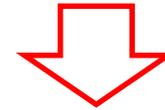
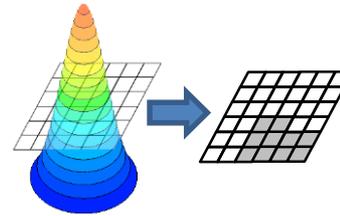
NGnet法の流れ(GAを使用した場合)

1. 設計領域内に密にガウス基底を配置する。

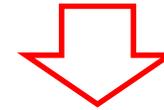


2. 実数値GAの個体を初期化する。

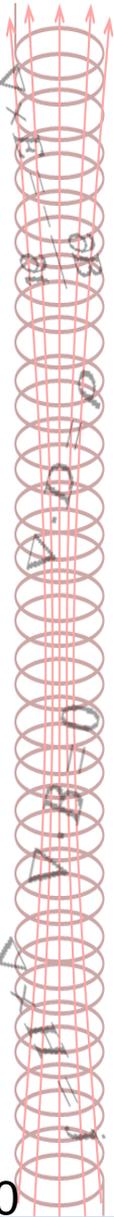
3. 遺伝子を重み w_i としてNGnetの出力を求め、形状を生成する。



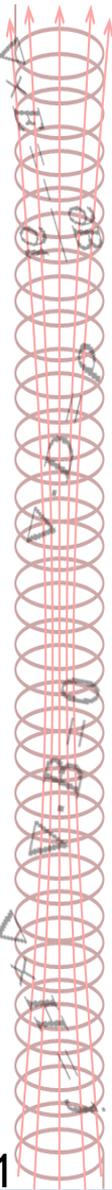
4. 形状を解析して個体の評価値を計算する。



5. 新個体を生成、解析、を繰り返し、最適化を進める。

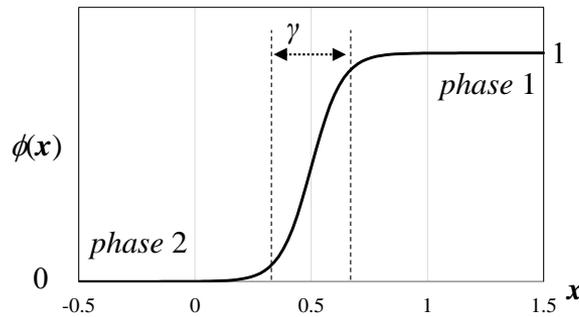


1. 背景
2. NGnetを用いたトポロジー最適化法
- 3. マルチフェーズフィールド法**
4. 最適化の問題設定
5. 最適化結果
6. 結論

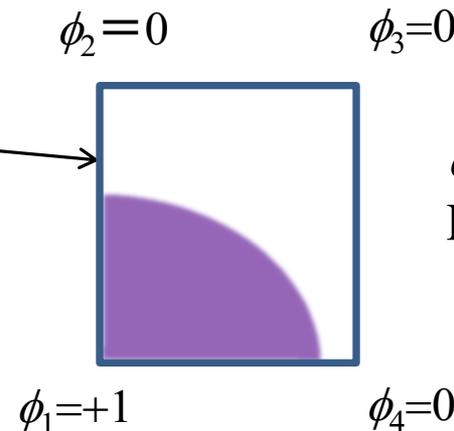
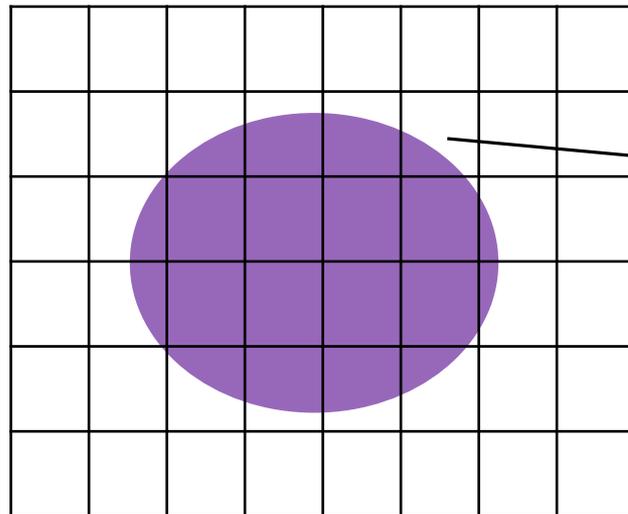


フェーズフィールド法

- フェーズフィールド(Phase-field: PF)法とは、材料組成形成のシミュレーションをするために開発された手法である。[4]
- ある位置 x における相の状態をPF変数 $\phi(x)$ と呼ばれる秩序変数を通して決定する。



$$\mathbf{x} \in \begin{cases} \text{phase 1} & 1-\gamma \leq \phi(\mathbf{x}) \leq 1 \\ \text{interface} & \gamma < \phi(\mathbf{x}) < 1-\gamma \\ \text{phase 2} & 0 \leq \phi(\mathbf{x}) \leq \gamma \end{cases}$$



ϕ_i : 各節点上のPF変数値

[4] 高木知弘, 山中晃徳, “フェーズフィールド法-数値シミュレーションによる材料組織設計-,” 養賢堂, (2012)



フェーズフィールド法

- 各節点に与えたフェーズフィールド変数を、以下のエネルギー汎関数 E が減少するように更新する。

$$E = \iiint_{\Omega} (E_P + E_{OB} + E_{IT}) dV$$

ϕ を0/1とする効果

$$E_{OB} = W\phi^2(1-\phi)^2$$

$$E_{IT} = \frac{\kappa}{2} \|\nabla \phi\|^2$$

ϕ が急峻に変化することを防ぐ効果

- 考えたい現象のエネルギー密度汎関数

(例えば化学的エネルギーなど)

- 界面エネルギー

W, κ : 勾配エネルギーの係数

- 以下のAllen-Cahn方程式を解き、 $\phi(x)$ を時間発展させる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -M \frac{\delta E}{\delta \phi} = -M \left(\frac{\delta E_P}{\delta \phi} + 2W\phi(1-2\phi)(1-\phi) - \kappa \nabla^2 \phi \right)$$

M : 易流度



フェーズフィールド法によるトポロジー最適化

- フェーズフィールド変数を、トポロジー最適化に应用する場合、 E_P を目的汎関数とするだけでよい。

$$E = \iiint_{\Omega} (E_P + E_{OB} + E_{IT}) dV$$

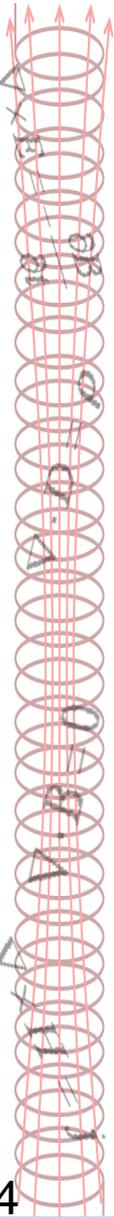


$$E_P \Rightarrow F(\phi)$$

- ただし、 $F(\phi)$ は ϕ に関する汎関数微分ができるように定義する必要がある。
- 文献[2][3]などでは、この方法を機械系のトポロジー最適化に適用している。
- ここではIPMモータの最適化に应用し、その効果を検討する。

[2] 山田崇恭, 西脇眞二, 泉井一浩, 吉村允孝, 竹澤晃弘, “レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化,” 日本機械学会論文賞(A編), vol. 75, no. 753, pp. 550-558, 2009.

[3] 高木 知弘, “Phase-field トポロジー最適設計モデルの構築と基本特性評価,” 日本機械学会論文集(A編), vol. 77, no. 783, pp. 1840-1850, (2011)



マルチフェーズフィールド法

- フェーズフィールド法を、複数材料を考慮できるように拡張した方法が **マルチフェーズフィールド(Multi-Phase-Field: MPF)法** である。

➤ 複数のPF変数:

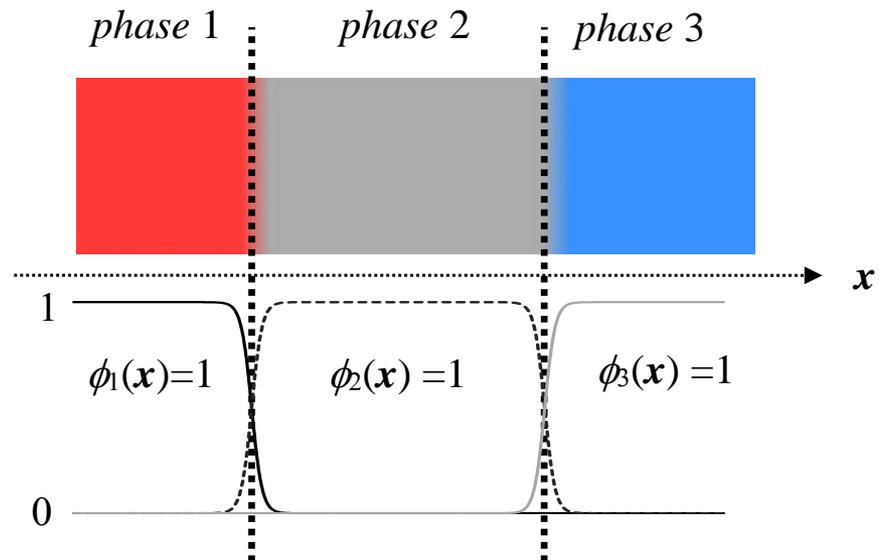
$$\phi_1(\mathbf{x}), \quad \phi_2(\mathbf{x}), \quad \phi_3(\mathbf{x}), \dots \quad \phi_\alpha(\mathbf{x})$$

により、 N_p 個の相を表現できる。 $(\alpha=1,2,\dots,N_p)$

$$\begin{cases} \mathbf{x} \in \text{phase } \alpha & 1-\gamma \leq \phi_\alpha(\mathbf{x}) \leq 1 \\ \mathbf{x} \in \text{interface} & \gamma < \phi_\alpha(\mathbf{x}) < 1-\gamma \\ \mathbf{x} \notin \text{phase } \alpha & 0 \leq \phi_\alpha(\mathbf{x}) \leq \gamma \end{cases}$$

subject to $\sum_{\alpha=1}^{N_p} \phi_\alpha(\mathbf{x}) = 1$

PF変数の総和が1という制約により、相の混同を防ぐ。



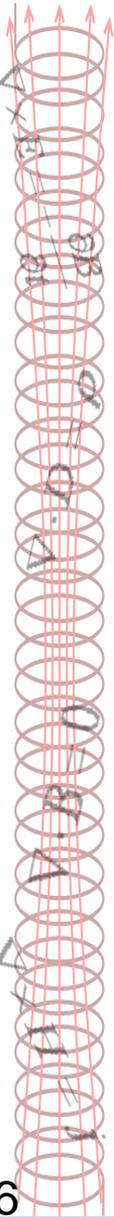
マルチフェーズフィールド法

- 「総和が1」という制約を考慮して、時間発展方程式を整理しなおすと、以下の発展方程式が得られる。

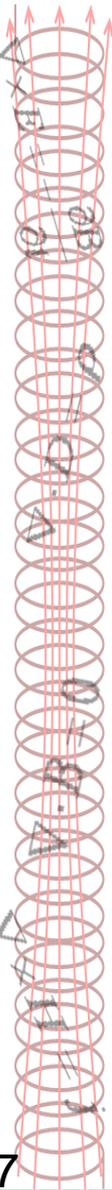
$$\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial t} = -\frac{2}{N_P} \sum_{\beta=1}^{N_P} M_{\alpha\beta} \left[\sum_{i=1}^{N_P} (W_{\alpha i} - W_{\beta i}) \phi_i + \sum_{i=1}^{N_P} (\kappa_{\alpha i} - \kappa_{\beta i}) \nabla^2 \phi_i + \left(\frac{\delta E_P}{\delta \phi_\alpha} - \frac{\delta E_P}{\delta \phi_\beta} \right) \right]$$

$M_{\alpha\beta}$: 易流度、 $W_{\alpha\beta}$: 界面係数1、 $\kappa_{\alpha\beta}$: 界面係数2

- 上式を全てのPF変数について解くことで、複数の相が時間発展する。
- ここでも E_P を目的関数とおくことで、トポロジー最適化に自然に応用できる。



1. 背景
2. NGnetを用いたトポロジー最適化法
3. マルチフェーズフィールド法
- 4. 最適化の問題設定**
5. 最適化結果
6. 結論



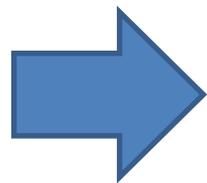
IPMモータの最適化：目的関数の設定

目的：磁石量一定以下で、平均トルクの最大化

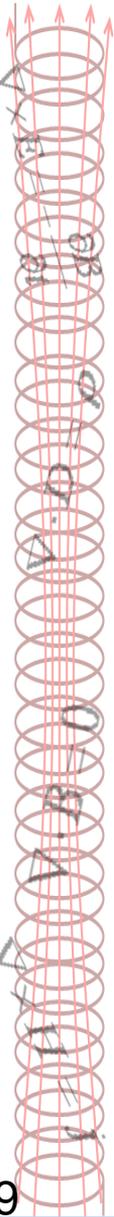
$$F = -\frac{T_{\text{ave}}}{T_1} \rightarrow \min. \quad \text{subject to } S \leq S_T$$

S : 磁石面積、 T_{ave} : 平均トルク、 S_T, T_1 : 規格化定数(Dモデルの特性値)、

(本研究では、簡単化のため、構造的な制約を考慮しない。)

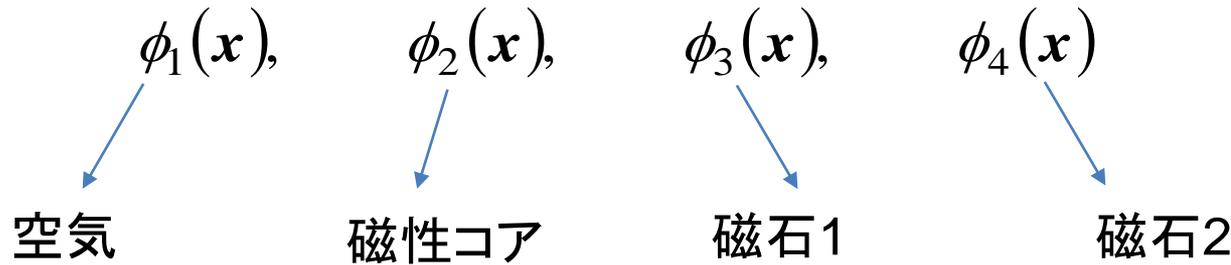


上記問題を解くため、PF変数により、「空気・磁性コア、さらに2種類磁化方向をもつ磁石」の4つの材料分布を最適化する。



PF変数による材料分布の表現

4種類の材料分布をPF変数により表現する。



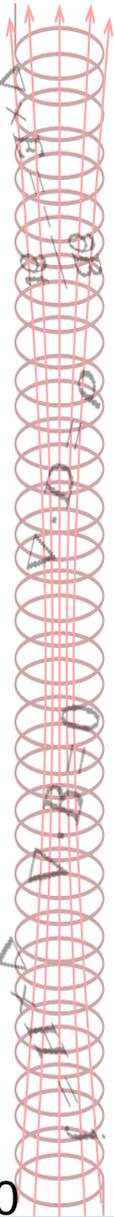
- 磁気抵抗率 ν と磁化方向 B_r の分布を、PF変数により以下のように与える。

$$\nu(\mathbf{A}) = f_1(1-f_2)(1-f_{\text{MAG}})\nu_0 + f_2(1-f_1)(1-f_{\text{MAG}})\nu_m(\mathbf{A}) + f_{\text{MAG}}(1-f_1)(1-f_2)\nu_{\text{mag}}$$

$$\mathbf{B}_r = f_3(1-f_1)(1-f_2)(1-f_4)\mathbf{B}_1 + f_4(1-f_1)(1-f_2)(1-f_3)\mathbf{B}_2$$

$$\text{シグモイド関数} : f_i = \frac{1}{1 + \exp\{-K(\phi_i - 0.5)\}}$$

$$\text{磁石に関する係数} : f_{\text{MAG}} = (1-f_1)(1-f_2)\{f_3(1-f_4) + f_4(1-f_3)\}$$



目的汎関数の設定

PF変数による汎関数微分ができるよう、目的汎関数を以下のように定義する。

$$F = -\frac{T_{\text{ave}}}{T_1} \rightarrow \min. \quad \text{subject to } S \leq S_T$$



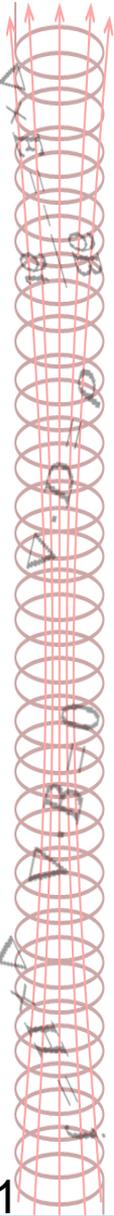
$$E_P = E_F + E_{\text{CST}}$$

$$\left[\begin{array}{l} E_F = -\frac{T_{\text{ave}}}{T_1} + \sum_{r=1}^{N_R} z_r^T \{ \mathbf{K}_r (\mathbf{A}_r) \mathbf{A}_r - \mathbf{b}_r \} \\ E_{\text{CST}} = c_1 \exp\{c_2 (S - c_3 S_T)\} \end{array} \right.$$

E_F : 随伴変数 z_r を用いた、目的汎関数

(本問題では回転を考慮するため、 N_R 個の随伴変数が必要)

E_{CST} : 磁石制約を考慮するための、指数関数項(c_i : 定数)



目的汎関数の微分

$$E_P = E_F + E_{\text{CST}}$$

$$\left[\begin{array}{l} E_F = -\frac{T_{\text{ave}}}{T_1} + \sum_{r=1}^{N_R} \mathbf{z}_r^T \{ \mathbf{K}_r(\mathbf{A}_r) \mathbf{A}_r - \mathbf{b}_r \} \\ E_{\text{CST}} = c_1 \exp\{c_2(S - c_3 S_T)\} \end{array} \right.$$

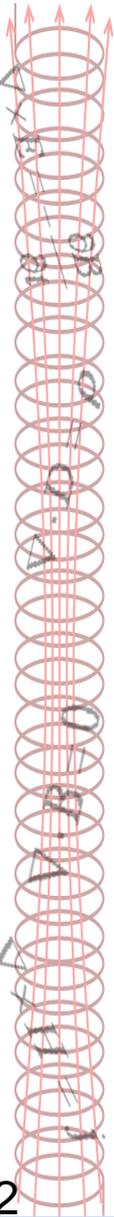
- 任意変数の随伴変数 \mathbf{z}_r は、 \mathbf{A}_r の ϕ の微分項を消去するよう、以下で決定する。

$$\left\{ \frac{\partial \mathbf{K}_r(\mathbf{A}_r)}{\partial \mathbf{A}_r} \mathbf{A}_r + \mathbf{K}_r(\mathbf{A}_r) \right\} \mathbf{z}_r = \frac{1}{T_1} \frac{\partial T_{\text{ave}}}{\partial \mathbf{A}_r}$$

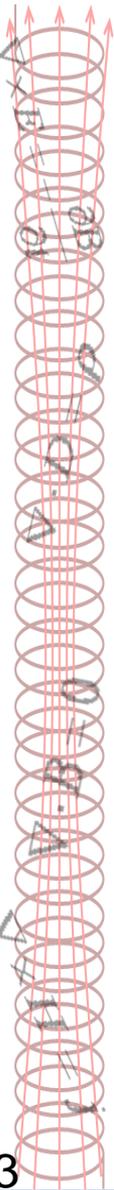
- 結果、目的汎関数の微分は以下で得られる。

$$\frac{\delta E_P}{\delta \phi_\alpha} = \sum_{r=1}^{N_R} \left\{ \mathbf{z}_r^T \frac{\partial \mathbf{K}_r(\mathbf{A}_r)}{\partial \phi_\alpha} \mathbf{A}_r - \mathbf{z}_r^T \frac{d\mathbf{b}_r}{d\phi_\alpha} \right\} + \frac{\partial E_{\text{CST}}}{\partial \phi_\alpha}$$

- この式をAllen-Cahn方程式に代入し、最適化を行う。

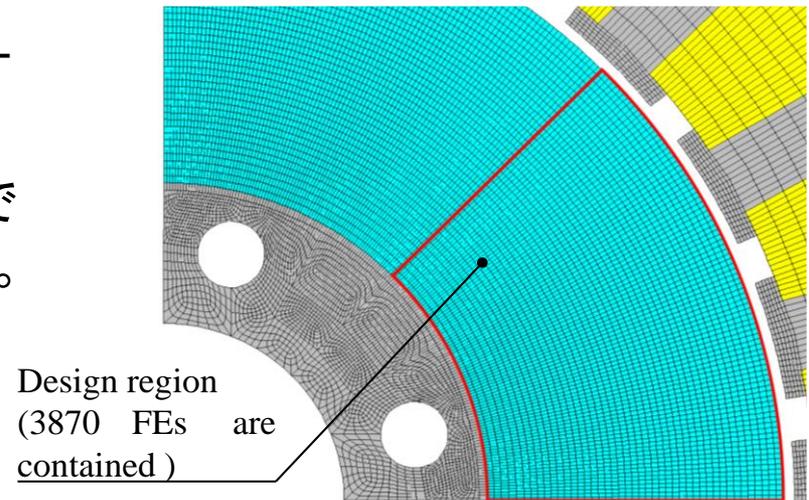


1. 背景
2. NGnetを用いたトポロジー最適化法
3. マルチフェーズフィールド法
4. 最適化の問題設定
- 5. 最適化結果**
6. 結論



MPF法によるIPMモータの最適化

- MPF法によって、4種類の材料分布を考慮して最適化を行う。
- 回転子のうち、対称性を考慮して、設計領域を右のように設定する。
- 設計領域内で得られた形状を45度軸で折り返して、対称な形状とし、評価する。



磁石の磁化方向は

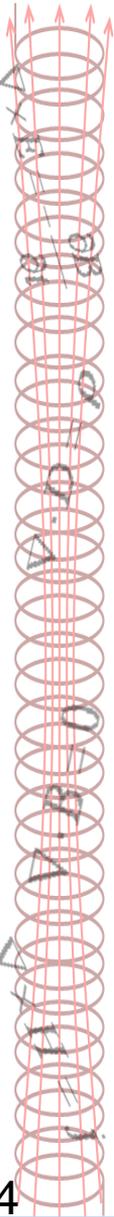
○ magnet2: 90度方向



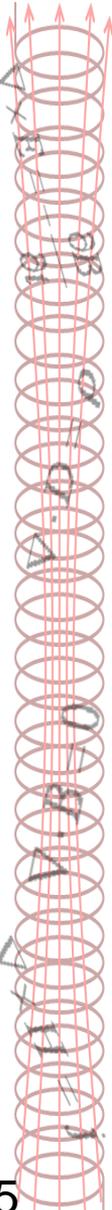
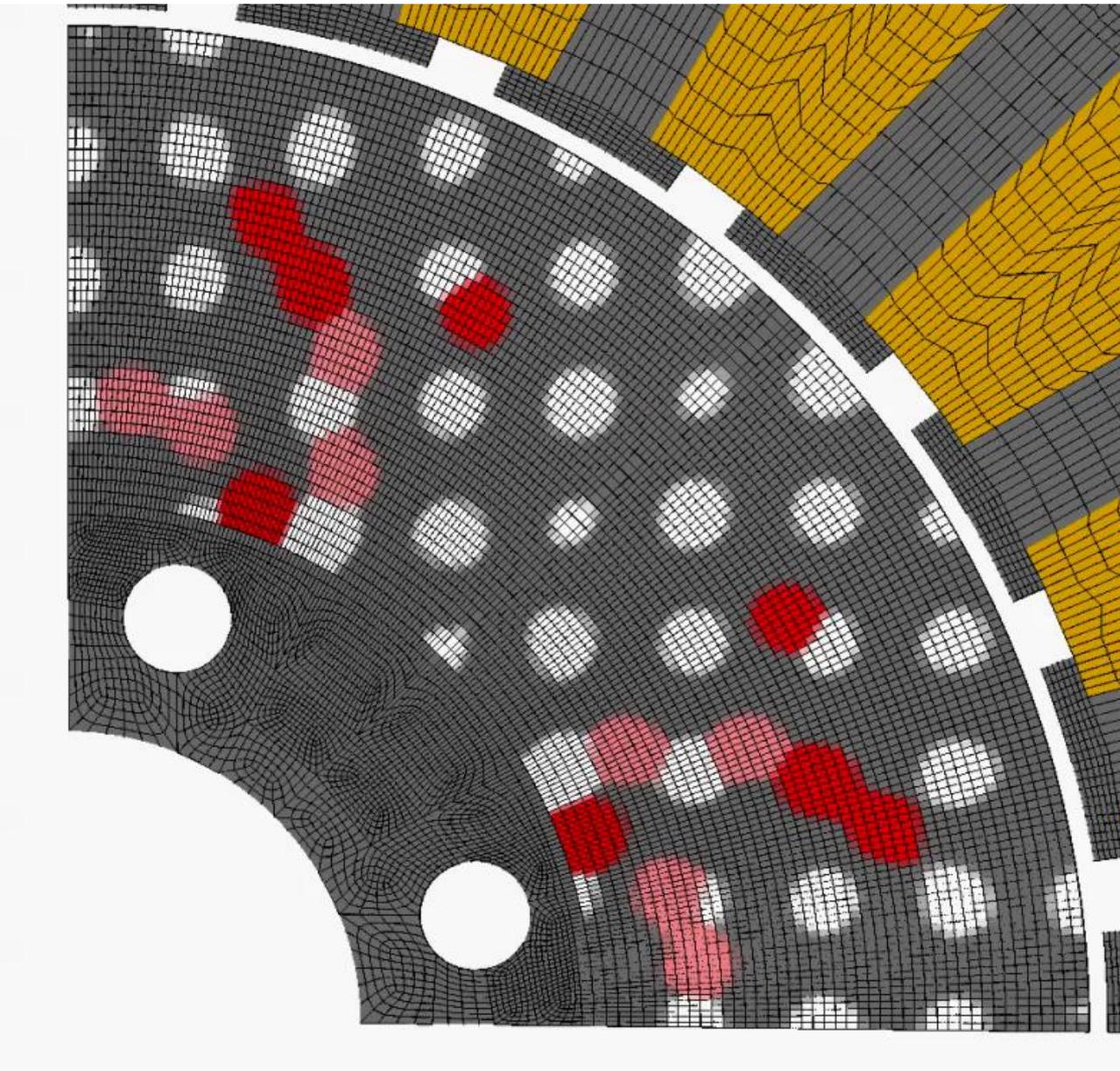
○ magnet1: 45度方向



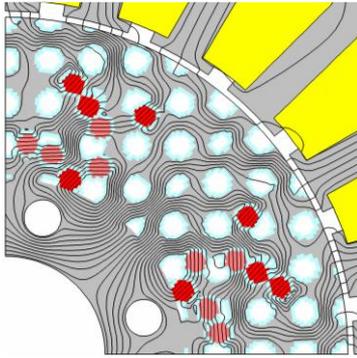
とする。



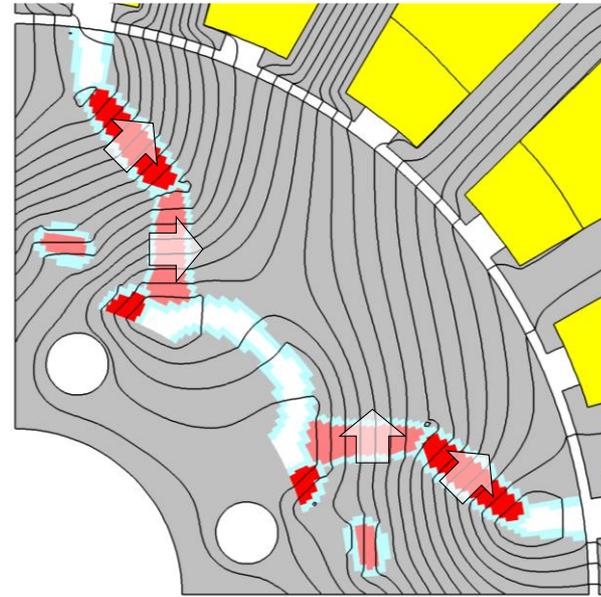
最適化の過程



最適化結果



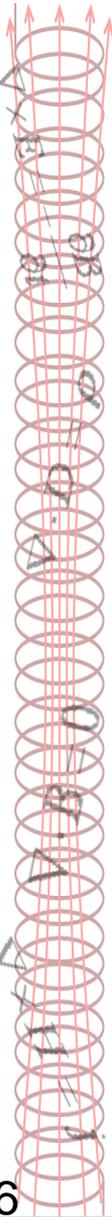
初期形状



1300ステップ後の最適化形状

(T_{ave} : 2.15 Nm、 S : 48 mm²)

- 最適化により、磁石量をDモデル以下としつつ、トルクが3%改善された。
- 構造的制約を考慮していないので、磁石を境にコアが分離しているが、概ね滑らかな形状が獲得された。

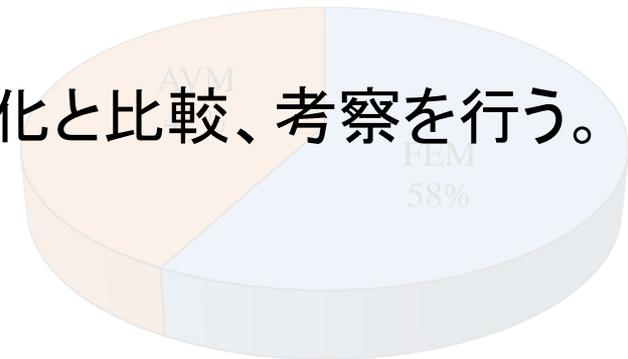


最適化結果～計算負荷について

- MPF法による最適化で行われる処理:
 - ✓ FEMによるトルク解析(30度分)
 - ✓ 随伴変数法(AVM)による、PF変数の更新方向計算
 - ✓ Allen-Cahn方程式の求解、PF変数の更新

○ 1ステップあたりの計算負荷に対して、上記以上の結果を、NGnet法による最適化と比較、考察を行う。

- AVMでは、30度分の微分計算に要する計算負荷が無視できず、FEMとほぼ同等の計算負荷がかかっている。

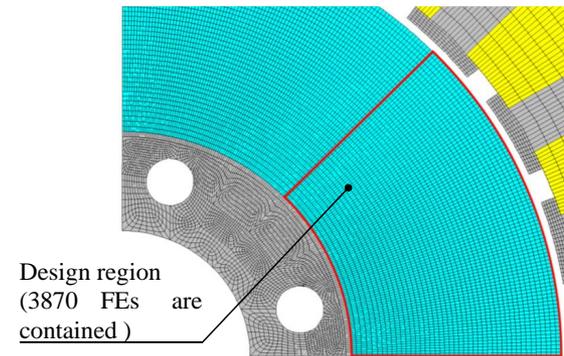
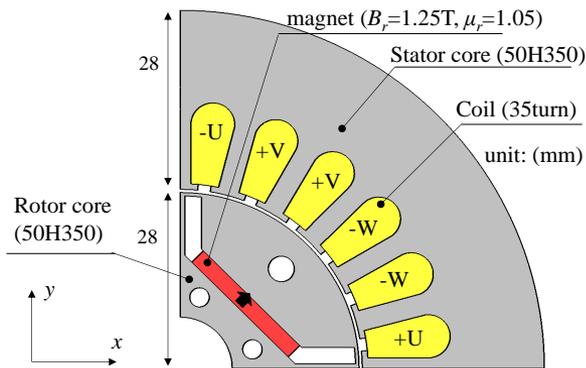


$$\frac{\delta E_P}{\delta \phi_\alpha} = \sum_{r=1}^{N_R} \left\{ z_r^T \frac{\partial K_r(A_r)}{\partial \phi_\alpha} A_r - z_r^T \frac{db_r}{d\phi_\alpha} \right\} + \frac{\partial E_{CST}}{\partial \phi_\alpha}$$

- MPF法での最適化計算の時間は、実効的には、FEMによるトルク解析の約2倍となる。

IPMモータの最適化結果の比較

- MPF法で解いた最適化問題と全く同じ問題を、NGnet法 (GA+Greedy局所探索)により解き、最適化結果・最適化時間を比較する。
- NGnet法での最適化時間は、16CPUによる並列計算での実効的な計算時間で示す。(MPF法も同様にAVMの時間を考慮に入れる)



磁石の磁化方向は

○ magnet2: 90度方向



○ magnet1: 45度方向



とする。



最適化結果の比較

- 実効的評価回数に対する平均トルクの変化を図1に示す。
- 計算負荷は、本問題では、ほぼ同等の計算負荷であった。
- NGnet法では、乱数の違いによる結果の変化が少ない。
 - GAによる大域的探索の効果と思われる。
- MPF法では、初期形状の違いが顕著に現れている。
 - 勾配ベースの最適化ゆえ、初期形状に強く依存したと思われる。

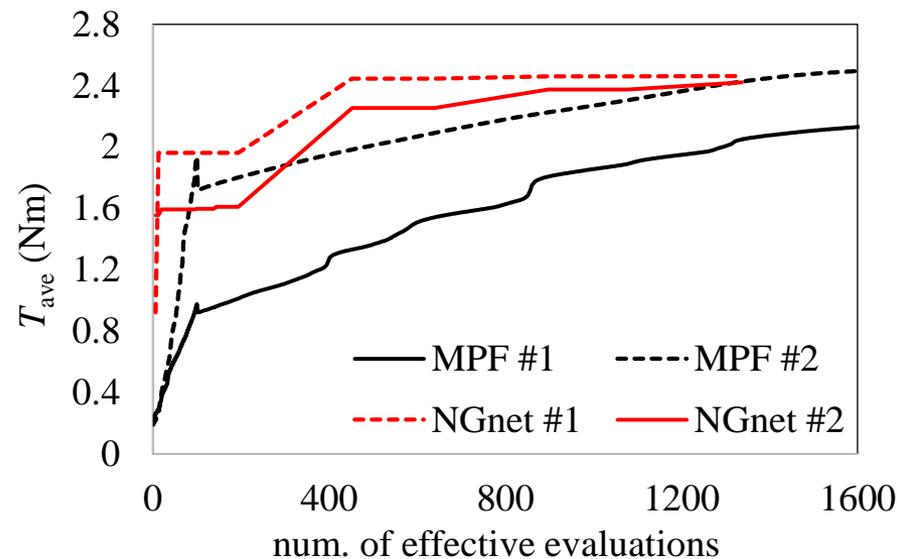
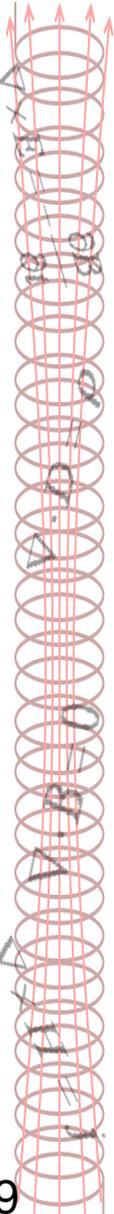
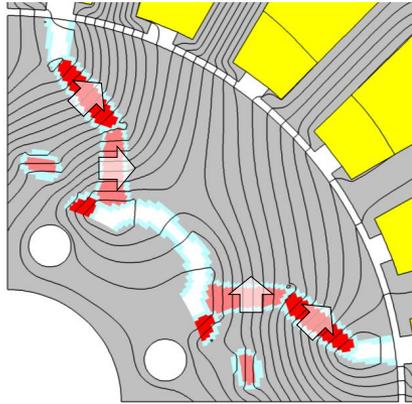


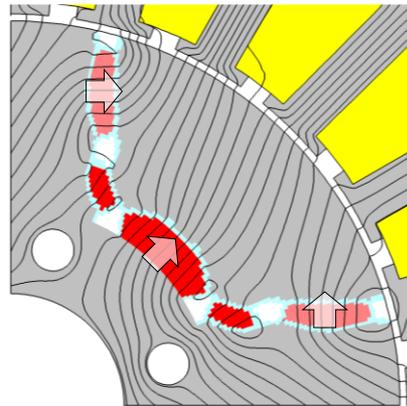
図1 実効的評価回数に対する平均トルクの推移



最適化結果の比較:最適化形状



T_{ave} : 2.15 Nm

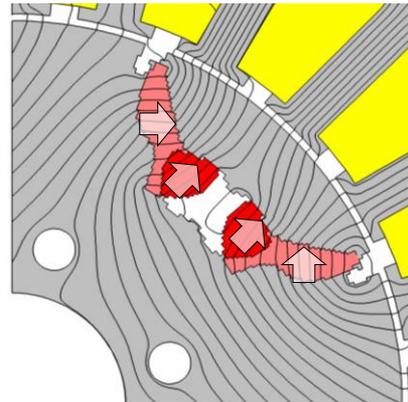


T_{ave} : 2.51 Nm

<MPF法による最適化結果>

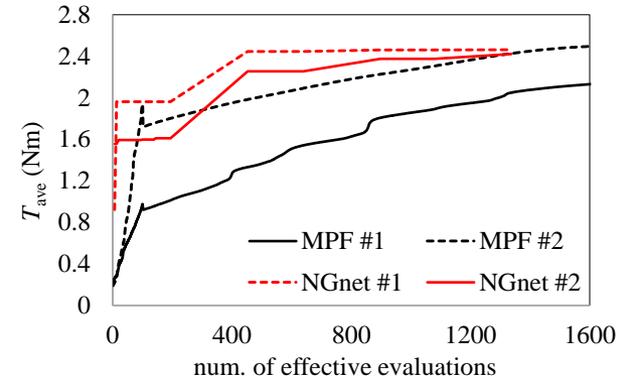


T_{ave} : 2.46 Nm

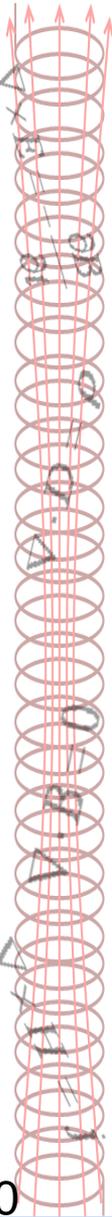


T_{ave} : 2.42 Nm

<NGnet法による最適化結果>

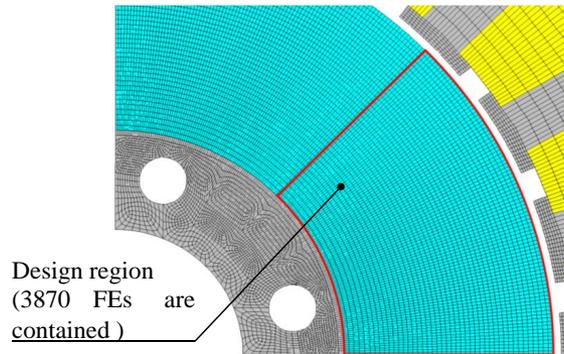


- MPF法では、初期形状の違いにより、得られた解が大きく異なっていることが確認できる。
- NGnet法では、比較的似た“V字状磁石”を持つ形状が得られた。



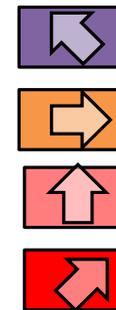
6材料考慮の場合の比較

- より複雑な問題設定で比較するため、考慮する材料を2つ増やし、合計6材料の分布を考慮して最適化する。
- 考慮する磁化方向を2つ増やし、4通りの磁化方向を考慮する。

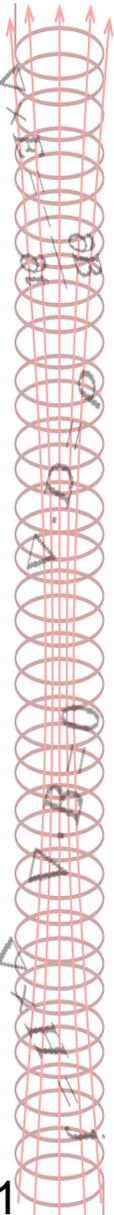


磁石の磁化方向は

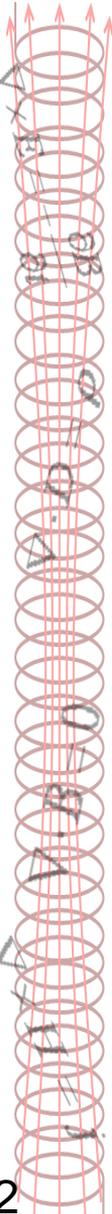
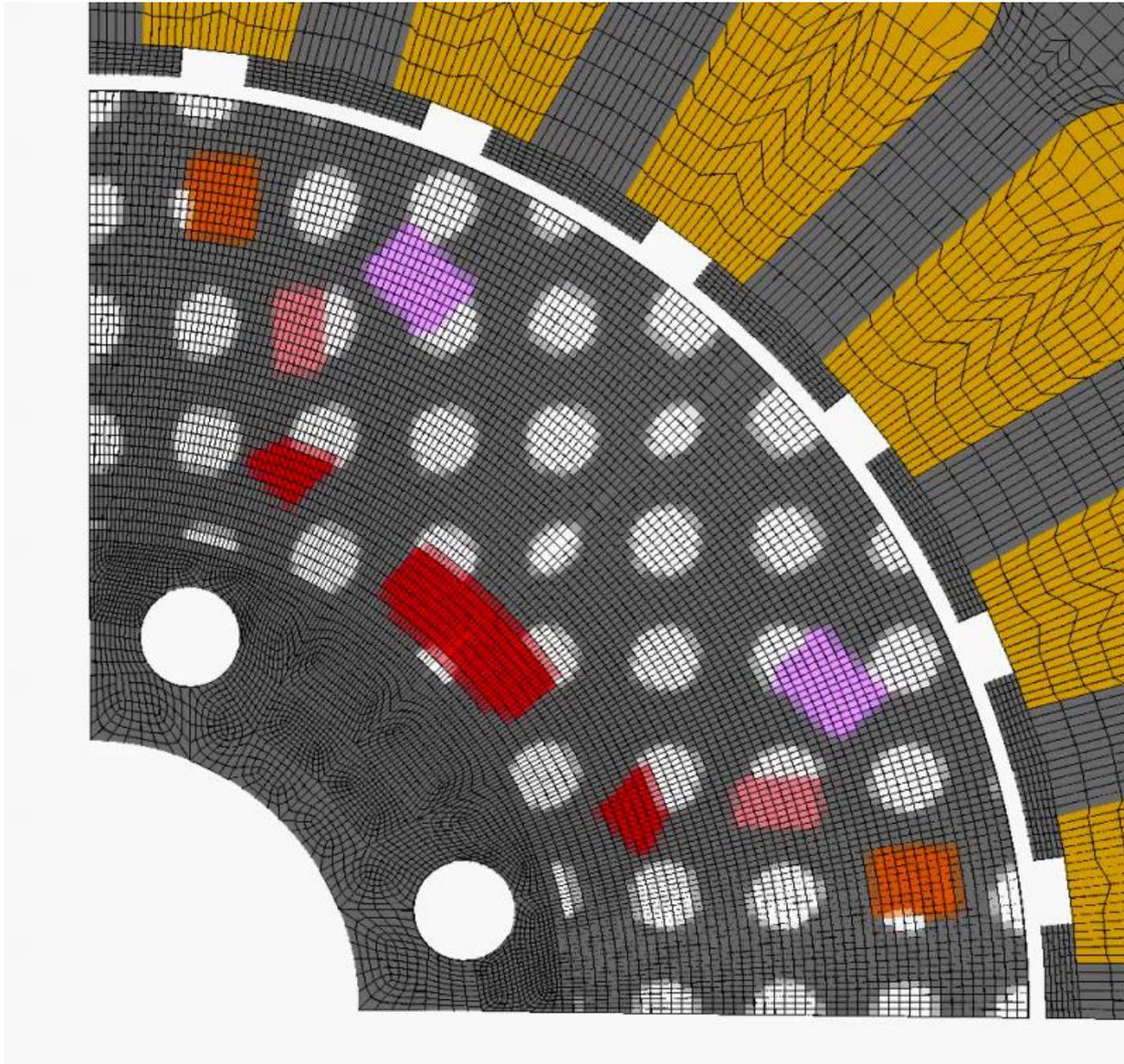
- **magnet4** : -45度方向
- **magnet3** : 0度方向
- **magnet2** : 45度方向
- **magnet1** : 45度方向



とする。



最適化の過程



最適化結果の比較

- 実効的評価回数に対する平均トルクの変化を図2に示す。
- 本問題設定では、MPF法の方が少ない計算負荷でよい解を獲得した。
- しかしMPF法では#1のように、解の更新が停滞している。
- NGnet法では、乱数系列の違いが少ないが、4種類の材料分布の場合と比較して、最適化時間が増加している。

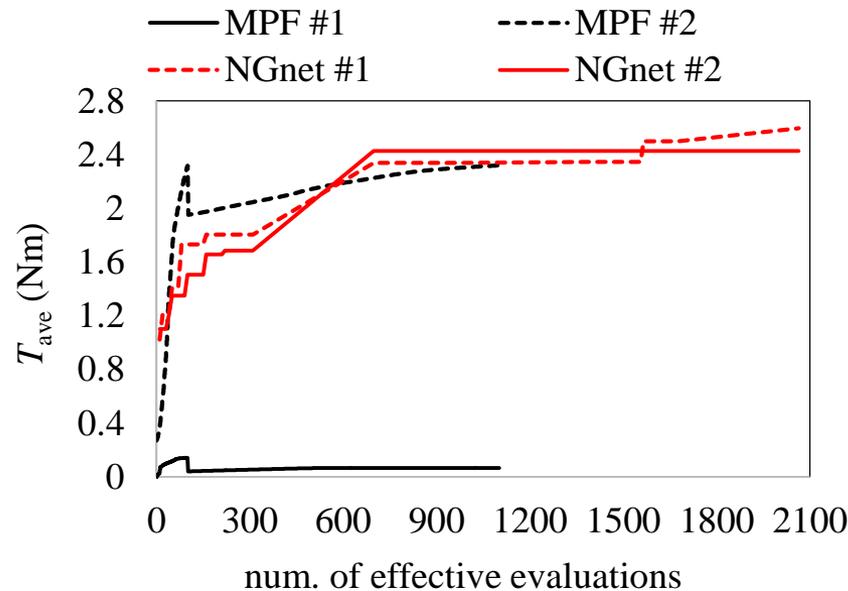
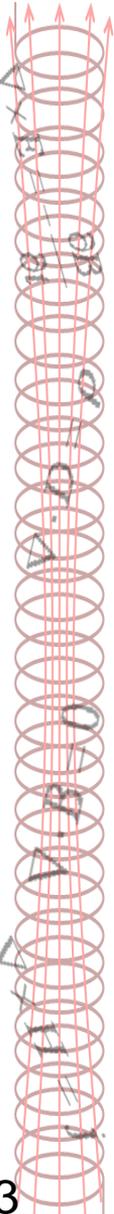
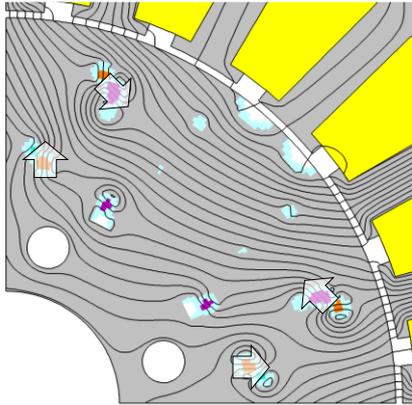


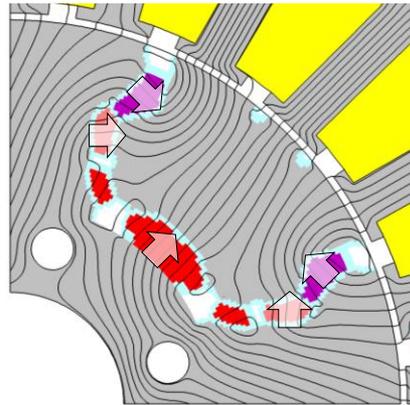
図2 実効的評価回数に対する平均トルクの推移



最適化結果の比較:最適化形状

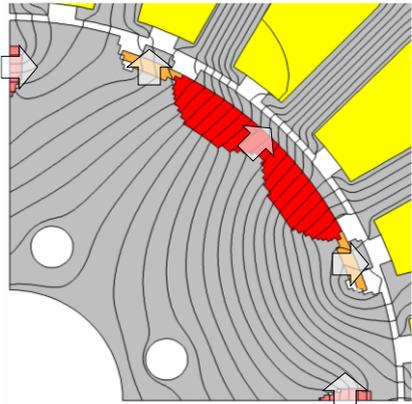


T_{ave} : 0.06 Nm

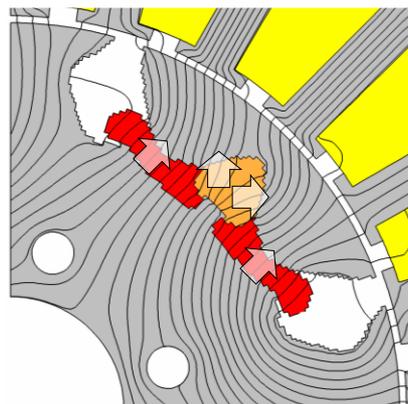


T_{ave} : 2.32 Nm

<MPF法による最適化結果>

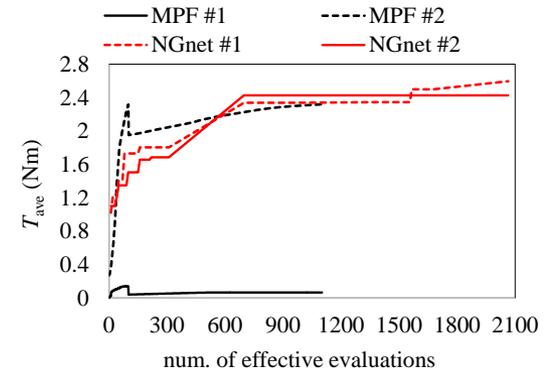


T_{ave} : 2.60 Nm

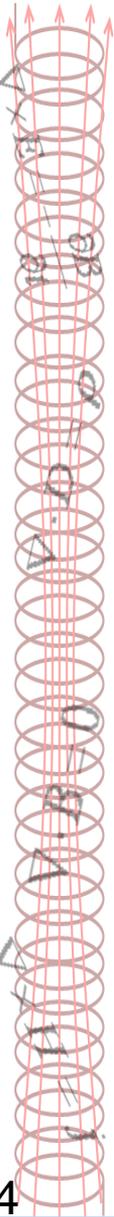


T_{ave} : 2.43 Nm

<NGnet法による最適化結果>



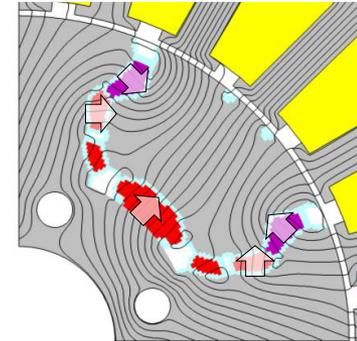
- MPF法、NGnet法ともに、乱数#の違いにより、得られた解が大きく異なっている。
- 設計自由度が拡大したことで、NGnet法では最適化計算の効率が低下してしまったと考えられる。



両手法の比較・考察

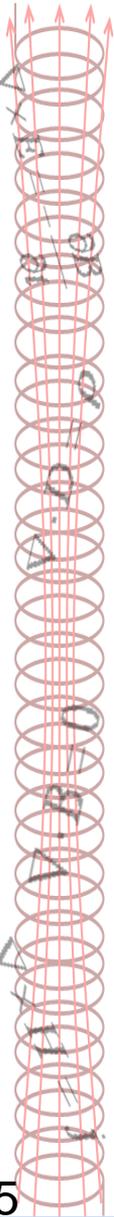
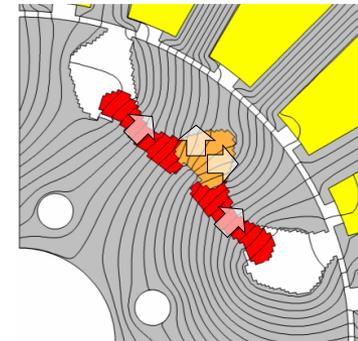
MPF法

- 設計自由度が増えても、ある程度計算負荷の増加を抑えられる。(3D問題に有利と考えられる)
- 初期値依存性があり、適当な初期形状を設定する必要がある。
- 感度解析の必要性があり、適用できない問題がある恐れがある。
- **並列計算との相性が悪い。**

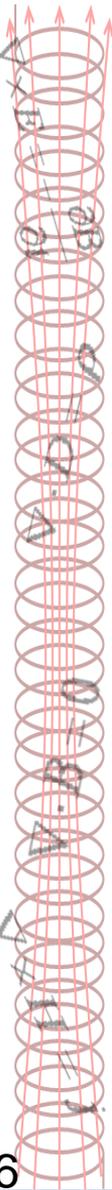


NGnet法

- 設計自由度の増加により、GAの探索性能が大きく落ちる。(特に3D問題には現状不向き)
- **ただし、並列計算との相性が良い。**
 - 仮にスパコン等の超並列環境であれば、3D問題でもかなりの高速化が見込める。
- 比較的探索空間が狭ければ、「初期形状・感度解析の可・不可」を気にせず、良い解を得ることができる。



1. 背景
2. NGnetを用いたトポロジー最適化法
3. マルチフェーズフィールド法
4. 最適化の問題設定
5. 最適化結果
- 6. 結論**

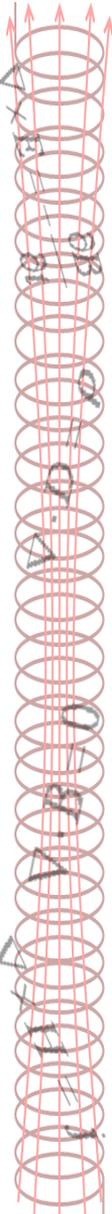


- IPMモータのトポロジー最適化問題を対象とし、NGnet法とMPF法で最適化計算を行った。
- 両手法で得られた結果に対して比較を行い、両手法の利点・欠点などを考察した。

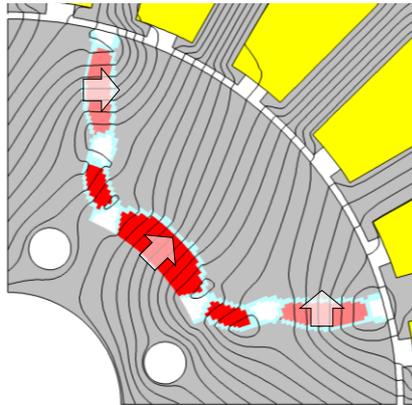
今後の課題

- 現状のNGnet法：
遺伝子数100強が計算時間的に限界。
- より遺伝子を削減可能な方法、もしくはGA以外のアルゴリズムの開発が3D問題への適用には必要である。
- また、今回は乱数系列2通りでしか比較できなかった。さらに多くの乱数系列を用いてデータを集め、比較する必要がある。

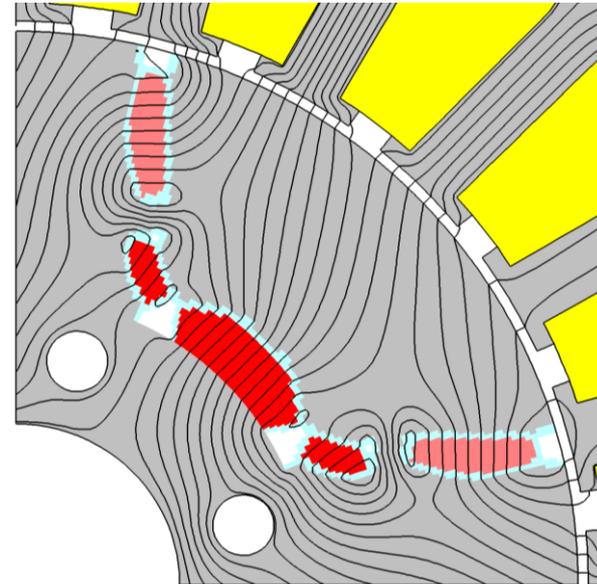




最適化結果の比較:最適化形状

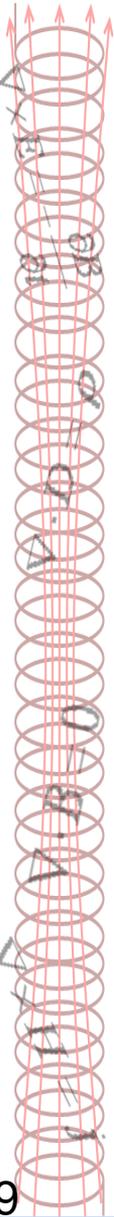


T_{ave} : 2.51 Nm



T_{ave} : 2.36 Nm

- MPF法で得られた形状を一部修正し、コアを連結させた。
- その結果、トルクは少し低下したが、Dモデルを上回る性能を得た。



NGnet法～形状表現法

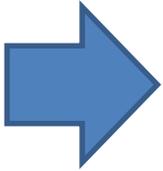
- 各セルのon/off状態は、NGnetの出力により、以下のように定める。

$$v_e \leftarrow \begin{cases} on & y(\mathbf{x}_e) \geq 0 \\ off & y(\mathbf{x}_e) < 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} v_e: \text{要素}e\text{のon/off状態} \\ \mathbf{x}_e: \text{要素}e\text{の重心} \end{array}$$

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N w_i b_i(\mathbf{x})$$

～NGnetを用いる理由～

- NGnetの出力は、空間的に滑らかに変化する。
- ガウス基底の結合重み w_i を変化させることで、NGnetの出力を容易に変化させることができる。

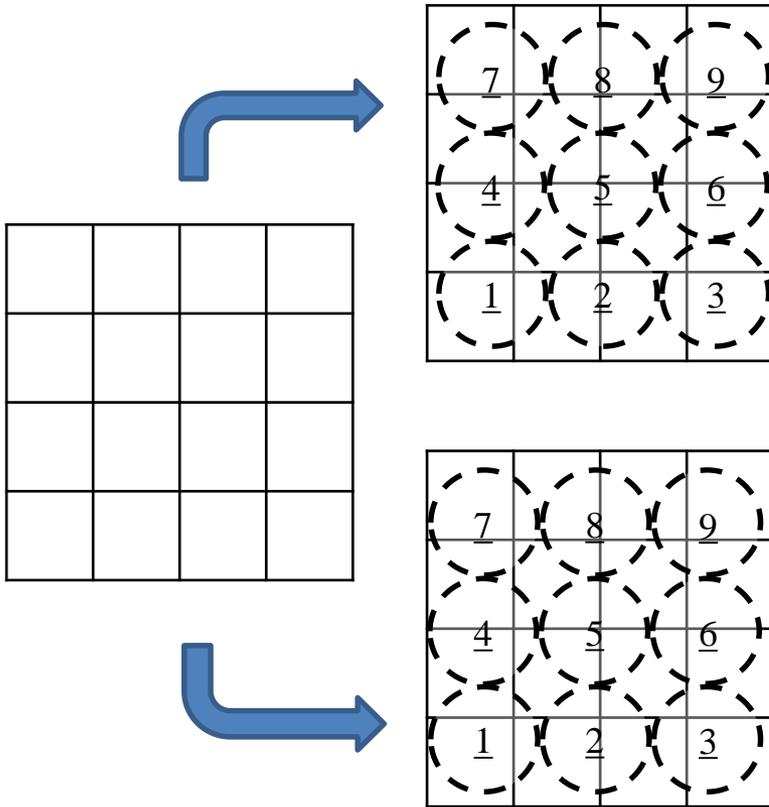
- 
- NGnet法におけるトポロジー最適化は、ガウス関数の結合重み w_i のパラメータ最適化に帰着する。
 - 実数値変数を対象とした任意の最適化法により、トポロジー最適化を行うことができる。



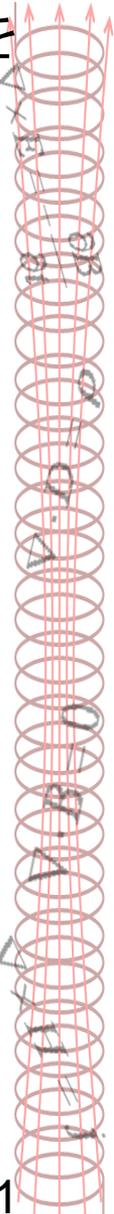
NGnet法(複数材料を考慮するとき)

- 例えば、NGnetを二つ用意し、正負の組み合わせに応じて、4通りの物体を簡単に表現できる。

重み: $w_1 = \{1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, 1\}$



重み: $w_2 = \{1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, 1\}$



NGnet法(複数材料を考慮するとき)

- 例えば、NGnetを二つ用意し、正負の組み合わせに応じて、4通りの物体を簡単に表現できる。

