トピックス　特集：マイクロ電源に関する最新動向

パワーインダクタのシミュレーション技術 —均質化法とモデル縮約法

Simulation Methods for Power Inductors: Homogenization and Model Order Reduction

五十嵐　一，比留間真悟，佐藤駿輔　北海道大学大学院　情報科学院，札幌市北区北14条西9丁目（〒060–0814）

Hajime Igarashi, Shingo Hiruma, and Hayaho Sato, Graduate School of Hokkaido University
E-mail: igarashi@ssi.ist.hokudai.ac.jp

Recently, the development of high-speed devices using GaN and SiC has allowed magnetic devices such as power inductors and high-frequency transformers to be miniaturized. The rise in the operating frequency, however, increases the eddy current and hysteresis losses in the winding coils and soft magnetic composite widely used for magnetic cores. The computational cost of directly computing eddy currents in the coils and magnetic particles is large because of their fine structure. This paper reports a homogenization method that replaces small-structured material with homogenous material with complex permeability to allow for the fast analysis of those eddy currents. Moreover, this paper reports a method based on the homogenization method and model order reduction that makes it possible to perform an effective time-domain computation of eddy current effects in inductors and other magnetic devices.

Key words: homogenization, complex permeability, model order reduction, continued fraction expansion, Cauer circuit

1.　はじめに

近年，GaNやSiCデバイスの出現により高周波駆動が可能となってきている．このような高周波化は磁性部品の小型化につながるが，一方，渦電流損失やヒステリシス損失の増加という負の側面もある．このため磁性コア・巻線の損失や渦電流による反磁界効果を考慮した設計がますます重要となってきている．

上記のような背景から，高周波領域での特性に優れた軟磁性複合材料（SMC: Soft Magnetic Compositeまたはメタル系コア材料）がインダクタをはじめ種々の電気電子デバイスの磁気コアに使用されている（これは圧粉磁心とも呼ばれる）．軟磁性複合材料は表面に絶縁層を有する微小な磁性粒子から構成されている．よって低周波領域では渦電流損失を低く抑えることができる．しかし，表皮厚が粒子の半径程度になると粒子中の渦電流損失や反磁界による透磁率の低下が現れる．軟磁性複合材料の設計においては初期透磁率や磁気飽和特性，損失などの電磁気的特性を考慮して，平均粒径や粒径分布を最適化する必要がある．しかし膨大な数の粒子を直接モデル化して，マクロな電磁気的特性を解析することは困難であった．この問題を解決するために，著者らは多数の粒子からなる媒質を等価な電磁気的特性を持つ均質材料で置き換える均質化法を開発してきた．またこの均質化法により，巻線やリッツ線を効果的にモデル化することもできる．本稿では，このような均質化法の概要と応用事例について述べる．

一方，インダクタ等の磁性デバイス解析において，巻線中の渦電流の効果を含めた動作解析が必要となることがある．このとき，巻線も軟磁性複合材のように細かな空間分割が必要であるため，特に3次元モデルの有限要素解析は難しかった．筆者らは均質化法とモデル縮約法(model order reduction)を用い，巻線の渦電流効果を含めた磁性デバイスの有限要素解析を効率的に行う方法を開発した．本稿の後半では，この方法の概要と応用事例について述べる．

2.　均質化法による圧粉磁心のモデリング

軟磁性複合材料は，基本周波数の表皮厚に比べて小さな磁性粒子で構成される．このような微細構造は，リッツ線や積層鋼板でも採用されている．これら材料中の電磁界を有限要素法で解析するためには，表皮厚以下に空間分割することが必要になる．この解析は膨大な未知数の方程式を解くことが必要であり，現実的ではない．このようなデバイスに比べ微小な空間スケールを持つ材料の解析には，均質化法が有効である．

均質化法では，ミクロな構造を持つ材料を，それと等価なマクロ特性を持つ均質な材料で置き換える．均質化された材料は，表皮厚を考えることなく粗い有限要素で離散化できる．本節では均質化法の鍵となる複素透磁率を導入し，均質化法の例としてOllendorffの式による方法，単位セル法，離散粒子法を用いる方法を紹介する．

2.1　複素透磁率

Fig. 1は後述の離散粒子法により作成した軟磁性複合材料の3Dモデルである．この材料に一様交番磁界を印加したときの応答を考える．軟磁性複合材料を構成する粒子には外部磁界と，周辺の磁性球の磁化がつくる磁界が作用す

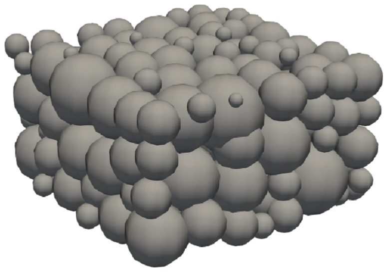


Fig. 1 3D model of soft magnetic composite generated by discrete element method.

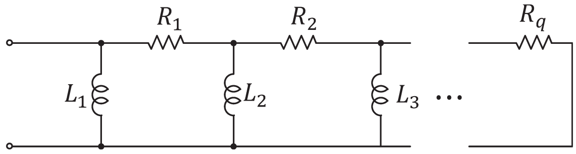


Fig. 2 Cauer circuit, which is equivalent to continued fraction.

る．まず一様な交番磁界$\boldsymbol{H}_0$を仮定し，その中に置かれたひとつの磁性粒子を考える．電磁気学でよく知られるように周波数が十分低い場合，球内の磁化は

$$\boldsymbol{M} = \frac{\mu_r - 1}{1 + N(\mu_r - 1)}\boldsymbol{H}_0 \tag{1}$$

で与えられる．ここで$\mu_r = \mu/\mu_0$は粒子の比透磁率，Nは反磁界係数であり，球の場合1/3の値を取る．外部磁界の周波数を増加すると球内に渦電流が流れ，渦電流による反磁界と外部磁界の和により，球の磁化が決まる．準定常Maxwell方程式を解くことで，このような磁化を求めることができる．この解析を行うと，式(1)と同じ形式の関係

$$\boldsymbol{M} = \frac{\dot{\mu}_r - 1}{1 + N(\dot{\mu}_r - 1)}\boldsymbol{H}_0 \tag{2}$$

を得る．ここで$\dot{\mu}_r$は複素比透磁率でありTable 1の下段(sphere)の関数形を取る．関数の引数は

$$z = a\sqrt{-j\omega\mu\sigma} = (1 - j)\frac{a}{\delta} \tag{3}$$

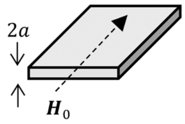
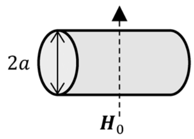
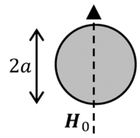
であり，$a, \omega, \mu, \sigma, \delta, j$は粒子半径，角周波数，粒子の透磁率と導電率，表皮厚，虚数単位を表す．Table 1に示すように$\dot{\mu}_r$は連分数で表示することもできる．

さて，Fig. 2のCauer回路のインピーダンスは

$$Z = \cfrac{1}{\cfrac{1}{j\omega L_1} + \cfrac{1}{R_1 - \cfrac{1}{\cfrac{1}{j\omega L_2} + \cfrac{1}{\ddots}}}} \tag{4}$$

と表せる．したがって電圧と磁束の関係$V = j\omega B = j\omega\dot{\mu}H$より，$H \leftrightarrow I$, $j\omega\dot{\mu} \leftrightarrow Z$のように磁界と回路を対応させると，$Z$と$\dot{\mu}_r$から，$L_1 = \mu$, $R_1 = 10/(\sigma a^2)$, $L_2 = 2\mu/7$, ⋯のように回路素子値を得る．よってFig. 2のCauer回路の時間応答を回路シミュレータなどで求めることにより，磁性粒子の時間域特性が得られる．後述のように，このような

Table 1 Complex permeability, where $J_1(z)$ denotes first order Bessel function, and z is defined in eq. (3).

shape	complex permeability
Thin plate[3] 	$\dot{\mu}_r = \mu_r \frac{\tan z}{z} = \cfrac{\mu_r}{1 - \cfrac{z^2}{3 - \cfrac{z^2}{5 - \cfrac{z^2}{\cdots}}}}$
Cylinder[4] 	$\dot{\mu}_r = \mu_r \frac{J_1(z)}{zJ_1'(z)} = \cfrac{\mu_r}{2 - \cfrac{z^2}{4 - \cfrac{z^2}{6 - \cfrac{z^2}{\cdots}}}}$
Sphere[1), 2)] 	$\dot{\mu}_r = \mu_r \frac{2\left(1 - \frac{\tan z}{z}\right)}{(1 - z^2)\frac{\tan z}{z} - 1} = \cfrac{2\mu_r}{2 - \cfrac{z^2}{5 - \cfrac{z^2}{7 - \cfrac{z^2}{\cdots}}}}$

Cauer回路による表現は軟磁性複合材のみならず巻線やリッツ線，あるいは磁気デバイス全体に対しても行うことができる．

Table 1に示すように，球状粒子の場合と同様，薄板[3]や円柱[4]の複素透磁率を求めることができる．これら複素透磁率においては，球の場合と同様，渦電流の効果が考慮されているため，表皮厚を考慮した離散化は不要となる．すなわち粗い有限要素分割で任意の周波数の渦電流を考慮できる．円柱の複素透磁率は，3章でも述べるように多重巻線[4]やリッツ線[5]の均質化に有効である．Table 1のように，全く異なる関数形で表現された複素透磁率を連分数で表すと，整数分の違いのみとなる．

2.2 Ollendorffの式による均質化

前章では一様交番磁界中の孤立した物体の複素透磁率について述べた．軟磁性複合材料などでは粒子の周りに多数の粒子があり，これらの磁化による磁界が粒子に作用する．静磁界の場合，このような効果を考慮したマクロ透磁率$\langle\mu_r\rangle$はOllendorffの式[6]

$$\langle\mu_r\rangle = 1 + \frac{\eta(\mu_r - 1)}{1 + N(1 - \eta)(\mu_r - 1)} \tag{5}$$

から求めることができる．ここで$0 \le \eta \le 1$は充填率である．なお，式(5)は，誘電体のマクロ誘電率を求めるために使われてきたClausius–Mosottiの式や，高周波解析で用いられてきたMaxwell–Garnettの式と等価である[4]．渦電流の効果を含めたマクロ複素透磁率$\langle\dot{\mu}_r\rangle$は，式(5)の$\mu_r$に

Table 1の複素透磁率を代入すればよい．

マクロ複素透磁率$\langle \dot{\mu}_r \rangle$のCauer回路表現を求めるためには，Table 1の連分数展開を式(5)に代入して有理多項式

$$\langle \dot{\mu}_r \rangle = \frac{b_0 + b_1 s + \cdots b_{n-1} s^n}{a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n} \tag{6}$$

により表現し，次に式(6)にEuclidの互除法を適用することで連分数表現を求めればよい[7]．

2.3　単位セル法

軟磁性複合材の粒子配位に空間的な周期性を仮定できるとする．その1周期分の構造を単位セルΩとする．単位セルから成る材料が一様な交番磁界中に置かれたとする．このときΩの境界に適当な境界条件を課すことで，Ω内部の電磁界を解析できる．単位セルの複素透磁率を定義するために，電磁界解析で求められるΩ中のエネルギーと，Ωを複素透磁率の均質材料で置き換えた場合のエネルギーが等しいと仮定する．すなわち

$$\int_\Omega \left(j\omega \frac{|\boldsymbol{B}|^2}{\mu} + \sigma |\boldsymbol{E}|^2 \right) \mathrm{d}v = \int_\Omega j\omega \frac{|\boldsymbol{B}_0|^2}{\langle \dot{\mu} \rangle^*} \mathrm{d}v \tag{7}$$

ここで*は複素共役である．式(7)より複素透磁率は

$$\langle \dot{\mu} \rangle = \frac{j\omega \int_\Omega |\boldsymbol{B}_0|^2 \mathrm{d}v}{\int_\Omega \left(j\omega \frac{|\boldsymbol{B}|^2}{\mu} - \sigma |\boldsymbol{E}|^2 \right) \mathrm{d}v} \tag{8}$$

と求められる[8]．ここで$\boldsymbol{B}_0$は均質化された材料領域の磁束密度を表す．式(8)は磁性粒子周辺の非磁性体部分の磁界を含めた透磁率であるから，Ollendorffの式(5)によるマクロ複素透磁率に対応する．

2.4　離散粒子法

上で述べた均質化法では磁性粒子サイズの不均一性や粒子間の接触を考慮することが難しい．そこで，離散粒子法を用いて軟磁性複合材料のモデル化を行うことを考える[9]．モデリングでは，重力が作用する有限領域に粒子をランダムに生成する．粒子半径は想定した確率密度関数に従うとする．さらに質量壁により上部から粒子を圧縮する．そして粒子群の運動が静止した状態を軟磁性複合材料を表すモデルとする．Fig. 3に離散粒子法で構成した2次元モデルを示す．乱数シードの違いにより，最終的な配置が異なるため，複数の試行を行った上で，マクロな電磁気的特性の平均値を求める．

離散粒子法では数値誤差により粒子同士が僅かにオーバーラップする．これを粒子間の接触とみなす．粒子表面には非磁性層があるため，生成した粒子の表面の非磁性層の厚さを変えることで，接触の程度や充填率をコントロールすることができる．Fig. 3には一様磁界を印加した場合の磁束線を示している．磁気的に接触している部分に集中的に磁束が通っていることがわかる．ただし磁気飽和によりこのような集中は緩和される．

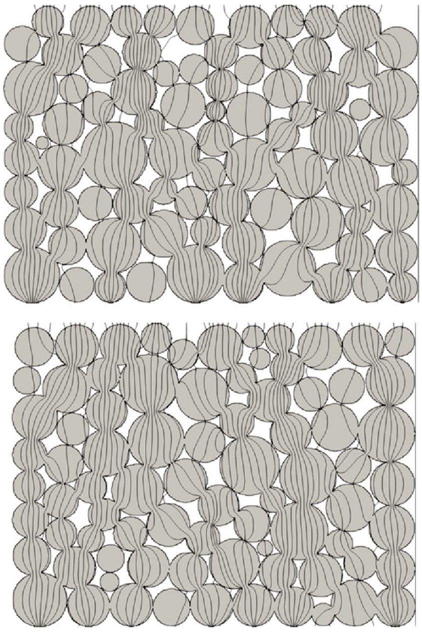
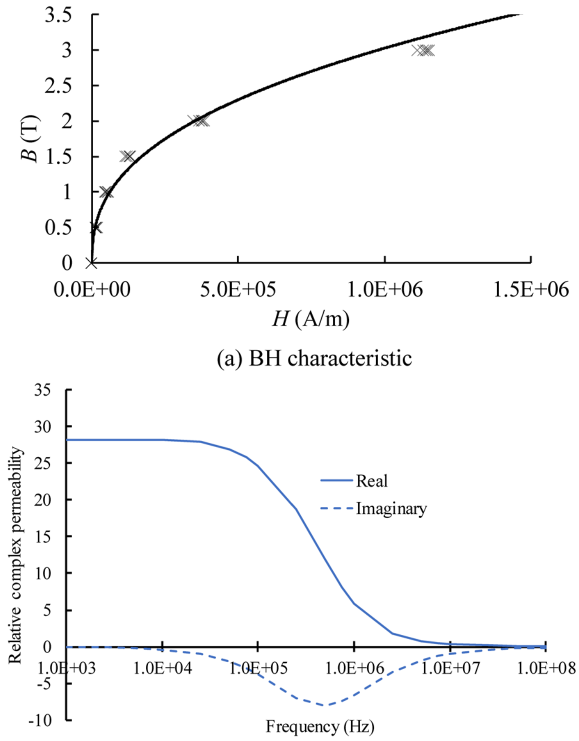


Fig. 3　2D Models of SMC particles generated by discrete element method for different random seeds. There are 80 particles, with average radius of 5 μm and standard deviation of 1.2 μm, in model. Magnetic flux lines tend to go through contact between particles.



(a) BH characteristic

(B) Frequency characteristic

Fig. 4　*B*–*H* and frequency characteristics of 2D SMC models in Fig. 3.

粒子法でモデリングした磁気コアの複素透磁率は，単位セル法と同様に式(8)から求めることができる．このときΩはFig. 3の領域全体とする．Fig. 4(a)にFig. 3のモデル

のB–H特性を示す．電磁界解析には有限要素法を用いた．乱数シードの違いにより，僅かに変動がある．またFig. 4(b)に複素透磁率の弱磁界に対する周波数特性を示す．

Fig. 1の3次元モデルを用いた場合，磁束が通る経路が増えるため，同じ充填率でも初期透磁率は2次元モデルよりやや大きく評価される．3次元モデルによる周波特性の解析は今後の課題である．

3. モデル縮約法

インダクタなどの磁性デバイス，モータなどの電気機器を有限要素法で解析する場合，数千から数百万程度の連立方程式を解くことになる．これらデバイス・機器の設計においては駆動回路と接続した動的な解析が必要となる．ここで有限要素方程式を解く時間は回路解析に要する時間に比べて長いため，回路シミュレータに有限要素モデルを組み込むと，全体の計算時間が大きく増大してしまう．このため近似精度を保ったまま有限要素方程式を低次元の方程式に縮約することが望ましい．

モデル縮約法は，大規模な連立方程式を少数変数の方程式に置き換える手法である．モデル縮約法には，いくつかの解ベクトルからなるデータ行列を特異値分解し，解を表す少数の基底を構成する固有直交分解法(POD: Proper Orthogonal Decomposition)[10)～12)]や，三重対角行列を生成するLanczosアルゴリズムにより，系の伝達関数の有理多項式近似（Padé近似）を導くPVL (Padé *via* Lanczos)法[10), 13)]などがある．

本章では，巻線を均質化した際に得られる複素透磁率をCauer型等価回路に変換することで，デバイスの時間応答を効率的に解析する方法について述べる．Fig. 5にモデル縮約法の関係を示す．ここで述べるCVL (Cauer *via* Lanczos)法[8), 14)]は有限要素方程式から直接的に連分数および等価なCauer回路を生成する方法である．

3.1 定式化[8)]

2.3節で述べた単位セルΩ中の電磁界を考える．Laplace変換された準定常場のMaxwell方程式

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \boldsymbol{A} \right) + s\sigma \boldsymbol{A} = 0 \qquad (9)$$

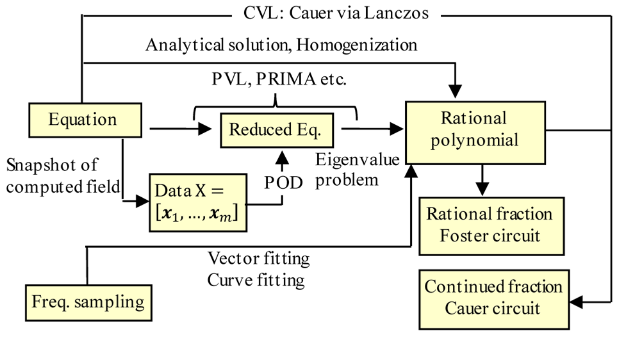


Fig. 5 Methods in model order reduction.

を支配方程式とする．式(9)から

$$(\mathrm{K} + s\mathrm{N})\ \boldsymbol{x} = B_0 \boldsymbol{b} \qquad (10)$$

の形の有限要素方程式を導くことができる．ここで$\boldsymbol{A} = \sum_k \boldsymbol{N}_k x_k$，$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots)^t$，$B_0$は外部磁界であり，右辺は式(9)の弱形式の境界項から来ている．

さて式(7)の左辺で表される単位セル領域Ω中のエネルギーはPoyntingベクトルを用い

$$\int_\Omega \left(s \frac{|\boldsymbol{B}|^2}{\mu} + \sigma |\boldsymbol{E}|^2 \right) \mathrm{d}v = -\int_{\partial\Omega} (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}^*) \cdot \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}S \qquad (11)$$

と表現できる．ここで$j\omega \to s$と置き換えた．式(11)の右辺を有限要素法で離散化すると

$$-\int_{\partial\Omega} (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}^*) \cdot \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}S = s\boldsymbol{c}^t \boldsymbol{x}^* B_0 \qquad (12)$$

の形で表せる（$\boldsymbol{c}$は定ベクトル）．式(10)～(12)と式(8)より，単位セル領域Ωの複素透磁率は

$$\langle \dot{\mu} \rangle = \frac{|\Omega|}{\boldsymbol{c}^t (\mathrm{K} + s\mathrm{N})^{-1} \boldsymbol{b}} \qquad (13)$$

と表せることがわかる．ここで$|\Omega|$は単位セル領域Ωの体積を表す．さらに式(13)にCVLアルゴリズム[8), 14)]を適用すると

$$\langle \dot{\mu} \rangle = \cfrac{1}{\cfrac{1}{\kappa_0} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{s\kappa_1} + \cfrac{1}{\cfrac{1}{\kappa_2} + \cfrac{1}{\cdots}}}} \qquad (14)$$

の形に連分数展開できる．連分数はFig. 1のCauer回路のインピーダンスに対応するため，複素透磁率式(13)を表す等価回路が生成できたことになる．この手法は2.4節で述べた，粒子法により生成したモデルにも適用できる．この場合には，Ωをモデル領域全体とする．

3.2 インダクタ解析

3.1節で述べた方法を用いてFig. 6に示すインダクタモデルを解析する．ここで均質化は巻線領域について行い，磁気コアの渦電流は無視できると仮定する．インダクタの物理パラメータをTable 2にまとめる．単位セルは1本の素線断面を囲む正方形とした．Fig. 7に通常の有限要素法で解析した巻線の渦電流を示す．近接効果により素線中に渦電流が分布していることがわかる．

Fig. 8左にオリジナル，右に巻線を均質化した2Dモデルを示す．均質化した巻線の複素透磁率は式(14)から求め，Fig. 1のCauer回路で表した（素子値をTable 3に示

Table 2 Inductor parameters.

Window height	4	［mm］
Window width	7	［mm］
Diameter of winding coil	0.5	［mm］
Number of turns	74	turns
DC resistance	0.298	［Ω］
Filling factor of windings	0.519	［—］
Unit cell size	0.615	［mm］

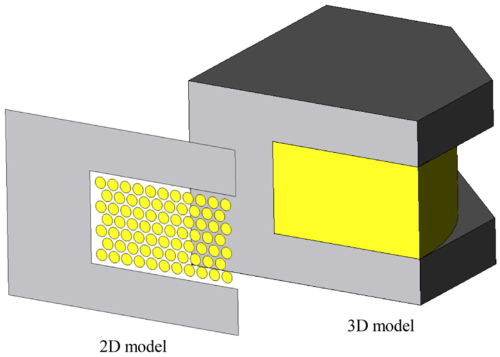


Fig. 6　2D and 3D models of inductor.

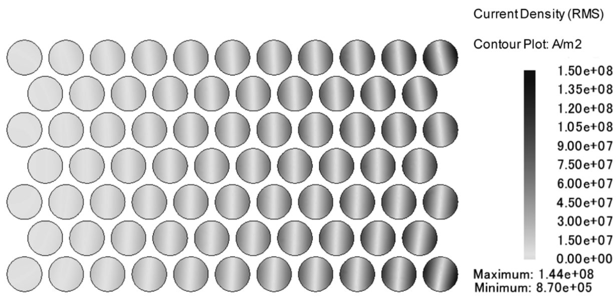


Fig. 7　Eddy currents in winding coil at 10 kHz.

Table 3　Circuit parameters of Cauer circuit equivalent to winding coil shown in Fig. 7.

	Inductance L_i [H]		Conductance G_i=1/R_i [S])
L_1	1.000×10^{0}	G_1	5.885×10^{-7}
L_2	7.809×10^{-1}	G_2	5.296×10^{-8}
L_3	2.050×10^{0}	G_3	9.646×10^{-9}
L_4	5.002×10^{0}	G_4	3.728×10^{-8}
L_5	4.751×10^{1}	G_5	2.836×10^{-9}
L_6	9.385×10^{0}	G_6	7.174×10^{-9}
L_7	8.714×10^{1}	G_7	1.110×10^{-9}
L_8	1.785×10^{1}	G_8	2.364×10^{-9}
L_9	6.739×10^{1}	G_9	7.066×10^{-10}
L_{10}	1.347×10^{2}	G_{10}	9.157×10^{-10}

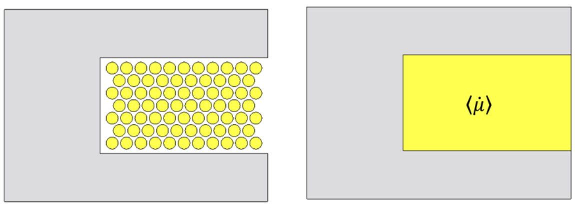


Fig. 8　Original and homogenized 2D models.

す）．Fig. 9に2Dモデルの複素透磁率の周波数特性を示す．横軸は表皮厚で規格化した素線半径a/δである（周波数の1/2乗に比例）．Ollendorffの式(5)にTable 1の円柱の複素透磁率を代入した結果と式(14)から求めた結果はよく一致している．なお式(14)を用いることにより，式(5)では取り扱いが難しい角線のような非円形断面コイルも扱

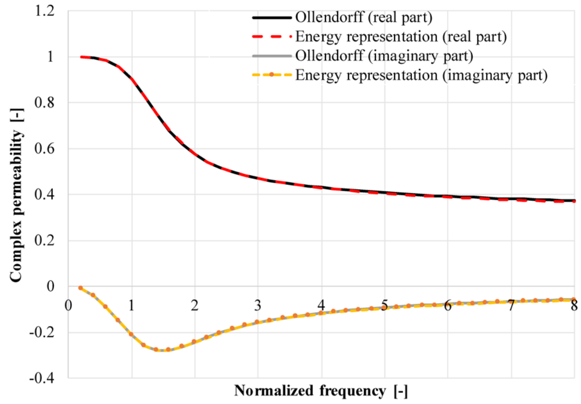


Fig. 9　Frequency dependence of complex permeability ⟨$\dot{\mu}$⟩. Abscissa represents normalized frequency defined by δ/a.

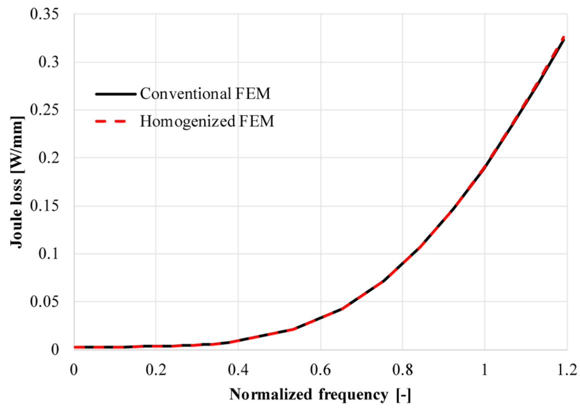


Fig. 10　Frequency dependence of eddy current loss.

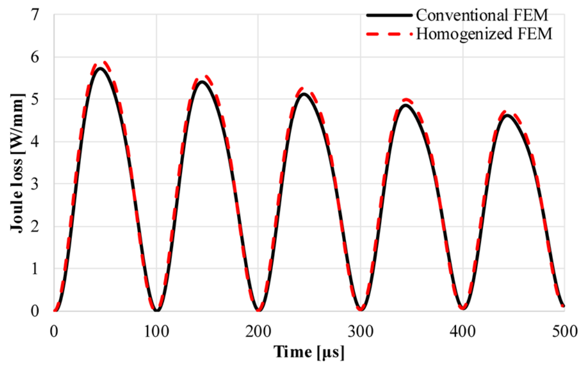
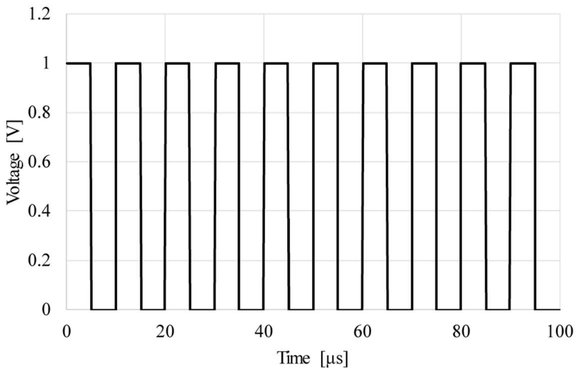


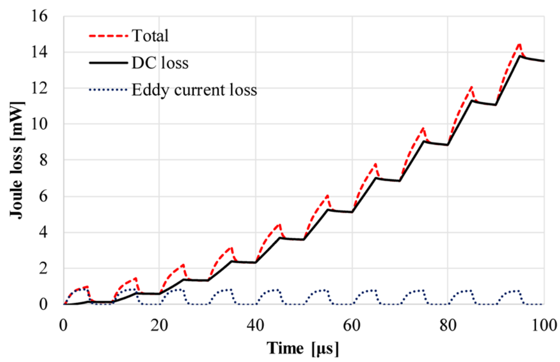
Fig. 11　Time evolution of dissipated power due to eddy current.

うことができる．Fig. 10に2Dモデルの渦電流損失の周波数特性を示す．またFig. 11にジュール損失の時間発展を示す．Fig. 10, 11のように，均質化法による結果は均質化を行わない通常の有限要素法による結果とよく一致しており，均質化は十分な精度を有することがわかる．

Fig. 12に3Dモデルに方形波電圧を印加した場合のジュール損失の時間発展を示す．3Dモデルの場合，巻線の渦電流を考慮した解析は数百万未知数以上の大規模問題となるが，均質化法を導入することで未知数を大幅に削減



(a) Input voltage



(b) Time evolution of dissipated power

Fig. 12　Contributions from DC and eddy current losses computed from 3D inductor model.

することができる．過渡状態のため全体の損失が時間的に増加しており，スイッチングに起因する短いタイムスケールの渦電流損が重畳されている．

4.　まとめと今後の展望

均質化法およびモデル縮約法を用いた電磁界解析について述べた．均質化法を用いることにより，軟磁性複合材料や巻線などを均質材料としてモデル化することができる．またモデル縮約法を用いることにより，均質化された材料をCauer回路で表現できるため，時間応答解析を効果的に行うことができる．この方法は非接触給電装置[15]や誘導加熱装置[16]の解析にも有効である．

本論では渦電流損失に注目してきたが，Cauer回路を用いることにより，非正弦波に対するヒステリシス損失の解析も可能となる[17]．

最近の高周波化に伴い，巻線間の静電容量の効果を考慮する必要がでてきている．しかし一般にインダクタは電磁波の波長に比べて小さいため，通常の有限要素法による解析は難しい．たとえば，インダクタを0.1 mmの要素で分割すると，時間幅を10^{-12} s以下にする必要があるが，これは100 MHzの時間周期10^{-8} sより極めて短く，膨大な回数の時間ステップを繰り返す必要がある．今後はこのような問題を解決することが必要である．

References

1) A. Berthault, D. Rousselle, and G. Zerah: *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 112(1–3), 477 (1992).
2) Y. Sato and H. Igarashi, *IEEE Trans. Magn.*, **53**(6), 7402204 (2017).
3) Y. Shindo and O. Noro: *IEEJ Trans. Fundamentals and Materials*, **134**(4), pp. 173, (2014).
4) H. Igarashi, *IEEE Trans. Magn.*, **53**(1), 7400107 (2017).
5) S. Hiruma, Y. Otomo, and H. Igarashi, *IEEE Trans. Magn.*, **54**(3), 7001404 (2018).
6) F. Ollendorff: *Arch. Elektrotechnik*, **25**(6), 436, (1931).
7) Y. Sato, T. Shimotani, and H. Igarashi: *IEEE Trans. Magn.*, **53**(6), 1100204 (2017) .
8) S. Hiruma, H. Igarashi, and H. Igarashi: *IEEE Trans. Magn.*, **56**(2), 7505805 (2020) .
9) A. Maruo and H. Igarashi: *IEEE Trans. Magn.*, **55**(6), 2002205 (2019) .
10) W. H. Schilders, H. A. van der Vorst, and J. Rommes (eds.): *Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications* (Springer, 2008).
11) D. Schmidthäusler and M. Clemens: *IEEE Trans. Magn.*, **48**(2), 567 (2012).
12) Y. Sato and H. Igarashi: *IEEE Trans. Magn.*, **49**(5), 1697 (2013).
13) Y. Sato and H. Igarashi: *IEEE Trans. Magn.*, **52**(3), Art. 1100304 (2016).
14) S. Hiruma and H. Igarashi: *IEEE Trans. Magn.*, DOI:10.1109/TMAG.2019.2962665, 2020.
15) Y. Otomo, Y. Sato, S. Fujita, and H. Igarashi: *IEEE Trans. Magn.*, **54**(3), 7401005 (2018).
16) T. Shimotani, H. Igarashi, E. Hashimoto, and H. Imanari: *IEEE Trans. Magn.*, **56**(2), 7505405 (2020).
17) Y. Sato, Kenji. Kawano, D. Hou, J. Morroni, and H. Igarashi: *IEEE Trans. Power Electronics*, DOI:10.1109/TPEL.2020.2968749 (2020).

（2020年2月21日受理）

五十嵐　一　いがらし　はじめ
1984年　北海道大学工学研究科修士課程修了，博士(工学)．
2004年より同大情報科学研究院教授，現在に至る．
専門　計算電磁気学，最適設計

比留間真悟　ひるま　しんご
2019年　北海道大学情報科学研究科修士課程修了．同大博士課程在籍中．日本学術振興会特別研究員(DC1)．

佐藤駿輔　さとう　はやほ
2020年　北海道大学工学部卒業．同大情報科学院修士課程在籍中．